Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

401

उर्दू संग्रह

पुस्तक का नाम हिन्दसी मनाज़िर

लेखक मरातिन्द्रो राव साहब

प्रकाशन वर्ष 1945

आगत संख्या 401

10

ہندسی مناظر

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ओ३म्
पुस्तक संख्या......१५/१२
पञ्जिका संख्या......२२८६५

पुस्तक पर सर्व प्रकार की निशानियां लगाना वर्जित है। कोई सज्जन पन्द्रह दिन से अधिक देर तक पुस्तक अपने पास नहीं रख सकते। अधिक देर तक रखने के लिये पुनः आज्ञा प्राप्त करनी चाहिये।

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

Houstoun R. A.
401
Geometrical Optics
2/12/-
95/92
22265
401.U

سلسلۂ نصابات علمیہ جامعۂ عثمانیہ

نشان (۳۴۷)

ہندسی مناظر

مُصنّفہٗ

آر۔ اے۔ ہوسٹن

ایم۔ اے، پی۔ ایچ۔ ڈی، ڈی۔ ایس سی

لکچرار طبیعی مناظر۔ گلاسگو یونیورسٹی

ایڈیشن سنہ ۱۹۳۰ء

مُترجمہٗ

مُرتیمبجے راؤ صاحب

بی۔ اے، ایل۔ ایل بی، ایم۔ ایس سی

لکچرار طبیعیات۔ جامعۂ عثمانیہ سرکارِ عالی

سنہ ۱۳۶۴ھ م سنہ ۱۳۵۴ف م سنہ ۱۹۴۵ء

مطبوعۂ

دار الطبع جامعۂ عثمانیہ سرکارِ عالی حیدرآباد دکن

पुस्तकालय
गुरुकुल कांगड़ी

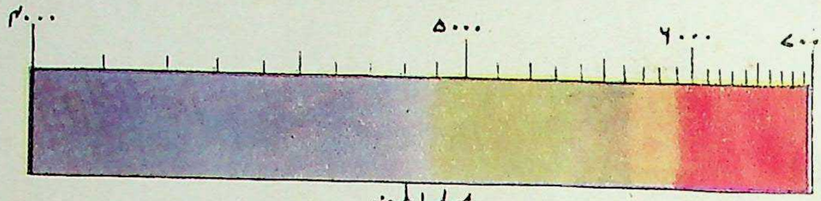
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

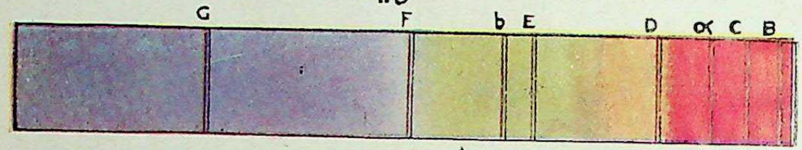
یہ کتاب لانگمنس گرین اینڈ کمپنی لمیٹڈ کی اجازت سے
اُردو میں ترجمہ کرکے طبع وشایع
کی گئی ہے۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

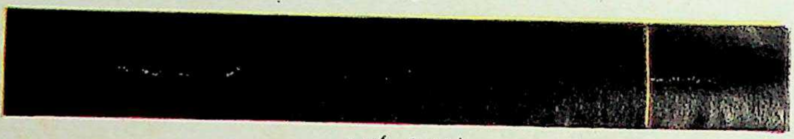
Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri



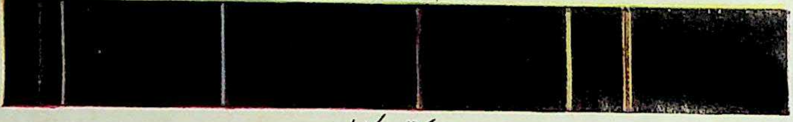
مسلسل طیف



شمسی طیف



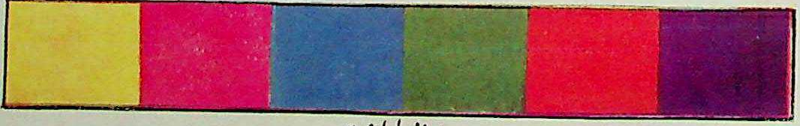
سوڈیم کے شعلہ کا طیف



پارہ کے قوس کا طیف

کوبالٹ شیشہ کا طیف

سوآن کا طیف



سہ لونی طباعت

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

401.U

دیباچہ

یہ کتاب ایسے طلباء کے لیے لکھی گئی ہے جو علم طبعیات کے پہلے سال کا نصاب ختم کر چکے ہوں اور جو علم مناظر کی مزید تعلیم حاصل کر رہے ہوں۔ اس میں اور نور کی دیگر کتابوں میں یہ فرق ہے کہ اس میں نفس مضمون سے زیادہ باقاعدہ طور پر بحث کی گئی ہے۔ نیز اس موضوع کے ہر پہلو کو پیش نظر رکھا گیا ہے۔ اور حالیہ تحقیقاتوں کے نتائج بھی شامل کر لیے گئے ہیں۔

اس میں یہ مان لیا گیا ہے کہ متعلم کو ابتدائی ریاضی کا اچھا خاصا علم حاصل ہے۔ علم احصاء سے کہیں کہیں امداد لی گئی ہے۔ لیکن مجھے امید ہے کہ اس کی مدد سے حاصل کیے ہوئے نتائج ان طلباء کی بھی سمجھ میں آجائینگے جو علم احصاء کے تفصیلی طریق عمل سے کماحقہ واقف نہیں ہیں۔ بہرحال کتاب کا زیادہ تر حصہ اس سے آزاد ہے

یہ کتاب گلیسگو یونیورسٹی میں میری نو سالہ تدریس اور تجربوں کا ثمر ہے۔ میں پروفیسر گرے اور شعبۂ نیچرل فلاسفی کے دیگر اساتذہ کا اس کی تیاری کے دوران میں اُن کی حمایت اور حوصلہ افزائی کے لیے بیحد مشکور ہوں۔ مسٹر چارلس کوکرین ایم۔ اے؛ بی۔ ایس سی نے تمام پروف پڑھے اور اس کے

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

تمام سوالات حل کیے۔

اس حالیہ ایڈیشن میں (۲۳) نئی شکلیں درج کی گئیں۔ کئی چھوٹی چھوٹی تصیحات کی گئیں اور بیس سے زیادہ صفحوں کا نیا مواد شامل کیا گیا۔ اس کے لیے جگہ نکالنے کی غرض سے ساری کتاب کے مختلف حصّوں میں کچھ سابقہ مواد حذف کر دیا گیا اور اِن تبدیلیوں کی وجہ سے ایک نئے اشاریہ کی ضرورت داعی ہوئی۔

آر۔ اے۔ ہوسٹن

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

فہرست مضامین

ہندسی مناظر

مضمون	صفحہ
پہلا باب	
اساسی تصوّرات	
سایوں کی پیدائش	۱
تقابلہ	۳
کلیاتِ انعکاس و انعطاف	۴
ان کی تجربی تصدیق	۵
خیالوں کی پیدائش	۸
مستوی آئینہ کی گردش	۱۰
متواتر انعکاس	۱۱
دو مائل آئینے	۱۳
متوازی پہلوؤں والی سلیوں میں انعطاف	۱۴
فلکی انعطاف	۱۶
سراب	۱۸
کسی نقطہ کا وہ خیال جو ایک مستوی سطح پر کے انعطاف کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے	۱۹
انعکاسِ کلّی	۲۱
غیر مضل سطحیں	۲۱
کسی کرہ کے غیر مضل نقاط	۲۶
انتہائی راہ کا کلیہ	۲۶
مثالیں	۲۹
دوسرا باب	
کُروی آئینوں اور عدسوں کا ابتدائی نظریہ	۳۲
کروی آئینے	۳۴

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

مضمون	صفحہ
ضابطہ کا ثبوت	۳۴
ترسیمی عمل	۳۷
تکبیر	۳۹
طلسمی گلدستہ	۴۰
غول پیٹر	۴۱
انعطاف کروی سطح پر	۴۲
عدسوں کے ضابطہ کا ثبوت	۴۴
مناظری مرکز	۴۹
ترسیمی عمل	۵۱
حل شدہ مثالیں	۵۳
مثالیں	۵۵
تیسرا باب	
موٹے عدسے اور عدسوں کے نظام	۶۰
موٹے عدسے اور عدسوں کے نظام	۶۰
ہلم ہولٹز کا کلیہ	۶۲
ماسکی مستوی	۶۵
صدر مستوی، عقدی نقطے، کسی نظام کے ماسکی طول	۶۷
تکبیر کے لیے جملہ	۷۱
خیال ترسیمی عمل سے	۷۳
موٹے عدسہ کے عقدی نقطے	۷۵
موٹے عدسہ کا ماسکی طول	۷۷
کروی عدسہ	۸۱
ایک کروی انعطاف انگیز سطح کے اساسی نقطے	۸۲
دو پتلے عدسے	۸۳
دوربینی نظام	۸۸
مثالیں	۸۸
چوتھا باب	
خیال کے نقائص	
وسیع زاویہ والی شعاعوں کا انعکاس ایک مقعر کروی آئینہ پر	۹۳
مقعر آئینہ کی کروی ضلالت	۹۵
ابہامی انعکاس مقعر آئینہ پر	۹۷
انحناء اور مسخ	۱۰۱
وسیع زاویہ والی پنسل کا انعطاف کروی سطح پر	۱۰۲
پتلے عدسہ کی کروی ضلالت	۱۰۵
پتلے عدسہ کی کروی ضلالت جبکہ شخص لاتناہی پر ہو۔	۱۰۷
جیبی شرط	۱۱۰
لونی ضلالت	۱۱۲

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

مضمون	صفحہ
لونی ضلالت دو ایسے پتلے عدسوں کی جن کے درمیان ایک محدود فصل ہو	۱۲۱
مثالیں	۱۲۳
پانچواں باب	
آئینوں اور عدسوں کے مستقلوں کی تعیین	۱۲۶
تحت مناظر	۱۲۶
محدب عدسہ کا ماسکی طول	۱۲۸
مقعر عدسہ کا ماسکی کا طول	۱۲۹
مقعر آئینہ کا ماسکی طول	۱۳۱
دوربین اور پیمانہ کے طریقہ سے کسی آئینہ کے نصف قطر انحنا کی پیمائش	۱۳۲
ماسکی طولوں کی تعیین کے لیے تکبیری طریقے	۱۳۵
عقدی سرک والا آلہ	۱۳۷
ماسکی طولوں کی تعیین کا زیادہ صحیح طریقہ	۱۳۸
عدسہ کی ضلالتوں کی تحقیق	۱۴۰
مثالیں	۱۴۴
چھٹا باب	
مناظری آلات	۱۴۹
تکبیری شیشہ یا سادہ خُردبین	۱۴۹
فلکی دُوربین	۱۵۱
ریمسڈن اور ہوئگینس کے چشمے	۱۵۴
دُوربین کی تکبیر اور تحلیلی طاقت	۱۵۷
گلیلیو کی دُوربین	۱۶۰
منشوری دُوربین	۱۶۲
انعکاسی دُوربین	۱۶۴
خُردبین	۱۶۶
خُردبین کی تحلیلی طاقت	۱۶۷
بالا خُردبین	۱۷۱
عکسالہ	۱۷۴
بعید مناظر کی عکاسی	۱۷۶
مناظری قندیل	۱۷۷
آلۂ سُدس	۱۷۹
مثالیں	۱۸۲
ساتواں باب	
طیف پیما اور انعطاف نماؤں کی تعیین۔	۱۸۳
انحراف اقل	۱۸۴
طیف پیما	۱۸۶

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

مضمون	صفحہ	مضمون	صفحہ
منشور کے زاویہ کی پیمایش	۱۸۸	ترسیمی طریقے سے کسی منشور کے انعطاف نما کی تعیین	۲۰۷
لطیف پیما کی ترتیب	۱۹۱	قوس قزح	۲۱۰
ایبے کا خود توازی گر لطیف پیما	۱۹۹	مثالیں	۲۱۴
کُلّی انعکاس والے طریقوں سے انعطاف نما کی تعیین	۲۰۱	اشاریہ	۲۱۷
		فہرست اصطلاحات	۱ تا ۳

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

بسم اللہ الرحمٰن الرحیم

ہندسی مناظر

پہلا باب

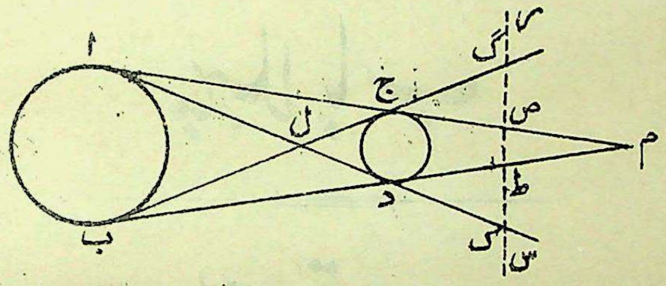
اساسی تصوّرات

نور کی اشاعت خطوطِ مستقیم میں عمل میں آتی ہے۔ اس امر کی صداقت کو (۳)
ہر شخص تسلیم کرتا ہے اور اِسی بنا پر ہم یہ مان لیتے ہیں کہ ایک جسم نور کی ان شعاعوں کی سمت میں واقع ہوتا ہے جو اس جسم سے نکل کر ہماری آنکھ میں داخل ہوتی ہیں۔ نیز ہماری روز مرّہ کی زندگی میں بھی نور کی اِس اشاعتِ مستقیم کی کئی مثالیں ملتی ہیں۔ مثلاً سُورج کی کرنیں جو کسی درز میں سے ایک تاریک کمرے کے اندر داخل ہوتی ہیں مستقیم نظر آتی ہیں؛ نیز جب کِسی موم بتی کے شُعلہ کی وجہ سے ایک چھڑی کا سایہ دیوار پر پڑتا ہے تو شعلہ، چھڑی کی چوٹی اور چھڑی کی چوٹی کا سایہ سب کے سب ایک ہی خطِ مستقیم میں ہوتے ہیں۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

لیکن اگر مشاہدات بڑی احتیاط سے لیے جائیں تو پایا جائیگا کہ نور کی اشاعت صرف تقریباً خطِ مستقیم میں عمل آتی ہے۔ مثلاً اگر کسی نقطئی مبداء کی روشنی ایک ایسے پردے پر واقع ہو جس میں تقریباً $\frac{1}{10}$ م م کا ایک تنگ سوراخ بنا ہوا ہو تو شعاعیں اس سوراخ میں سے گزرنے کے بعد سایہ کے اندر اس درجہ مڑ جاتی ہیں کہ نور کی اشاعتِ مستقیم کا ذکر ہی نہیں ہو سکتا۔ ایسی صورت میں کہا جاتا ہے کہ انکسار عمل میں آرہا ہے۔ اس انکسار پر ایک باب مابعد میں تفصیل سے بحث کی جائیگی، لیکن اکثر مناظری مظاہر کی صورت میں اس کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔



شکل ۱-۱ (واٹسن کی "طبیعیات" سے)

فرض کرو کہ ا ب نور کا ایک کروی مبداء ہے، ج د ایک کروی حائل جسم، اور ر س ایک پردہ۔ مبداء کا ہر ایک نقطہ جسم کے ایک سایہ کا باعث ہوگا جس سے ہمیں پردے پر سایہ کی بے شمار جزءاً منطبق قرصیں حاصل ہونگی، مثلاً نقطہ ا کی وجہ سے سایہ ص ک پیدا ہوگا اور نقطہ ب کی وجہ سے سایہ گ ط۔ چونکہ ا اور ب مبداء کے انتہائی نقطے ہیں۔ اس لیے ان کے سایوں کے منطبق حصے ص ط میں کوئی روشنی نہیں پائی جائیگی۔ حصوں گ ص اور ط ک میں مبداء کے ایک حصے سے (۴)
آنے والی روشنی پائی جائیگی اور جیسے جیسے ص سے گ تک اور ط سے ک تک چلتے ہیں تو سایہ زیادہ روشن ہوتا جائیگا۔ اس لیے حائل کرہ کا مکمل سایہ

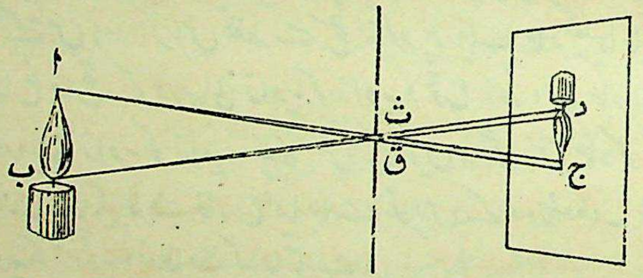
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

مشتمل ہوگا قطرص ط والی ایک کامل سیاہ قرص پر جو ظلِّ محض کہلاتا ہے اور جو بتدریج گھٹتی ہوئی تاریکی والے ایک حلقے سے جو ظلِّ مُشوّب کہلاتا ہے گھرا ہوا ہوتا ہے۔

اگر کرہ اب سُورج کو تعبیر کرے اور کرہ ج د چاند کو تو سطح زمین کے کسی نقطہ پر مکمل سُورج گرہن اس وقت معلوم ہوگا جب کہ یہ نقطہ مخروط ج م د کے اندر واقع ہو۔ اگر یہ نقطہ ظلِ مشوب میں واقع ہو تو گرہن صرف جزوی نظر آئیگا۔

ثقبالہ: اگر ایک منوّر جسم اب (شکل ۲) کسی غیر شفاف پردے میں کے ایک چھوٹے سے سُوراخ ث ق کے سامنے رکھا ہو اور اِس سُوراخ کی دُوسری طرف ایک سفید مقوا رکھا ہو تو اِس مقوّے پر منوّر جسم کا ایک اُلٹا خیال ج د حاصل ہوگا۔ منوّر جسم کے ہر ایک نقطہ سے نور کی ایک پنسل حسبِ صراحت شکل شائع ہوکر مقوّے پر روشنی کا ایک دھبّہ پیدا کرتی ہے۔



شکل ۲ (واٹسن کی "طبیعیات" سے)

یہ سُوراخ نہایت باریک یعنی پن کے قطر کا ہونا چاہیے ورنہ مقوّے پر حاصل ہونے والے روشنی کے دھبّے بہت بڑے ہونگے اور خیال مسخ ہوگا۔ نتیجۃً یہ خیال بہت مدّھم ہوتا ہے اور اگر اِس طریقے سے ایک تصویر لی جائے تو بہت طویل تعرضیہ کی ضرورت ہوتی ہے۔ لیکن اِس ثقبالہ میں یہ خاص خوبی پائی جاتی ہے کہ اِس کے خیال میں ایک وسیع زاویۂ نظر شامل رہتا ہے اور نیز یہ کہ اِس میں تمسیک کی ضرورت نہیں پڑتی یعنی ہر ایک فاصلے پر کے شخص کا خیال کامل طور پر

Exposure ؎

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ماسکہ میں ہوتا ہے۔

کلیات انعکاس و انعطاف: یہ امر کہ وہ اجسام بھی جو خود منور نہ ہوں لیکن کسی مبداءِ نور کی روشنی سے منور کیے جائیں تو تمام سمتوں میں دکھائی دیتے ہیں۔ یہ ظاہر ہوتا ہے کہ یہ اجسام روشنی کو تمام سمتوں میں منعکس کر دیتے ہیں۔ ایسے انعکاس کو بے قاعدہ انعکاس کہتے ہیں اور یہ کسی سادہ کلیہ کا پابند نہیں ہے۔ یہ تمام کھردری سطحوں پر عمل میں آتا ہے۔ جو شعاعیں اس طریقے سے منعکس ہوتی ہیں ان کا رنگ عام طور پر بدل جاتا ہے۔

جب شعاعوں کی ایک باریک پنسل کسی آئینہ یا کسی شفاف واسطہ کی مجلّی سطح سے منعکس ہوتی ہے تو اس میں بے قاعدہ انعکاس بہت ہی کم پایا جاتا ہے اور نور کی واقع پنسل دو پنسلوں میں بٹ جاتی ہے: ایک منعکس پنسل اور دوسرے منعطف پنسل۔ ایسی صورت میں کہا جاتا ہے کہ نور میں باقاعدہ انعکاس واقع ہو رہا ہے۔ جس نقطہ پر واقع شعاع انعکاس انگیز سطح سے آملتی ہے اُس کو
نقطہ وقوع کہتے ہیں اور اگر اس نقطہ سے سطح مذکور پر ایک عماد کھینچا جائے تو اس (۵)
عماد اور شعاع واقع کے درمیانی زاویہ کو زاویہ وقوع اور اس عماد اور شعاع منعکس کے درمیانی زاویہ کو زاویہ انعکاس کہتے ہیں۔ اگر اس عماد کو شفاف واسطہ کے اندر نیچے کی طرف خارج کیا جائے تو اس کے اور منعطف شعاع کے درمیانی زاویہ کو زاویہ انعطاف کہا جاتا ہے۔

کلیات انعکاس و انعطاف حسبِ ذیل ہیں:

شعاع واقع، نقطہ وقوع سے انعکاس انگیز سطح پر کھینچا ہوا عماد اور شعاع منعکس تینوں ایک ہی مستوی میں ہوتے ہیں۔

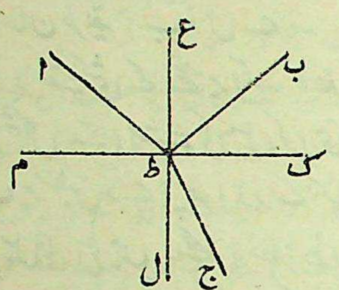
زاویہ انعکاس زاویہ وقوع کے مساوی ہوتا ہے۔

شعاع منعطف اُسی مستوی میں رہتی ہے جس میں کہ عماد اور شعاع واقع، اور عماد کی جس جانب شعاعِ واقع رہتی ہے اس کی مخالف جانب پائی جاتی ہے۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

زاویہ وقوع کی تمام قیمتوں کے لیے زاویہ وقوع کے جیب میں اور زاویہ انعطاف کے جیب میں ایک مستقل نسبت پائی جاتی ہے جس کی قیمت کا انحصار نور کی نوعیت پر اور اُن واسطوں کی نوعیت پر ہوتا ہے جو انعطاف انگیز سطح پر ایک دوسرے کے ساتھ تماس میں ہوتے ہیں۔



شکل ۳ع

چنانچہ شکل ۳ع میں اگر ط نقطہ وقوع ہو، م ک انعکاس انگیز سطح کا نشان، ع ط عماد اور ا ط شعاع واقع تو شعاع منعکس ط ب اور منعطف شعاع ط ج دونوں اسی مستوی میں واقع ہونگے جس میں کہ ا ط اور ط ع واقع ہوتے ہیں، ∠ع ط ب مساوی ہوگا ∠ع ط ا کے اور جیب ع ط ا \ جیب ل ط ج ایک مستقل ہوگا، چاہے زاویہ ∠ع و ا کی قیمت کچھ ہی کیوں نہ ہو۔

اگر نسبت $\dfrac{\text{جب ع ط ا}}{\text{جب ل ط ج}} = \text{مہ}$

تو مہ کو نور زیر بحث کے لیے بالائی واسطہ کے لحاظ سے نچلے واسطہ کا انعطاف نما کہتے ہیں۔ تمام شفاف ٹھوسوں اور مایعات کے لیے مہ بڑا ہوتا ہے اسے۔ جب زاویہ وقوع صفر ہو تو ا ط اور ط ب دونوں ع ط پر منطبق ہو جاتے ہیں اور ط ج، ط ل پر منطبق ہو جاتا ہے۔ ایسی صورت میں شعاع انعطاف سے غیر منحرف رہتی ہے۔

اگر وہ سطح جس پر روشنی واقع ہوتی ہے منحنی سطح ہو تو ہم اس کو متعدد چھوٹے چھوٹے رقبوں پر منقسم قیاس کرتے ہوئے ان میں سے ہر ایک رقبے کو مستوی مان لے سکتے ہیں؛ پھر ان میں سے ہر ایک کا ایک عماد کھینچ کر ہر ایک پر واقع ہونے والی شعاع پر علیحدہ علیحدہ غور کر سکتے ہیں۔ ایسی صورت میں ہر ایک رقبہ پر

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

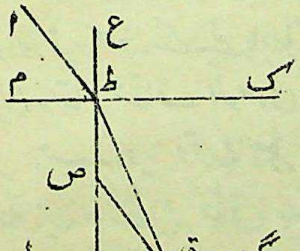
واقع ہونے والی روشنی مذکورۂ بالا کلّیوں کے مطابق منعکس اور منعطف ہوگی۔

کلّیات انعکاس و انعطاف کی تصدیق بہتر بن طریقے پر طیف پیما (صفحہ ۱۹۴) کی مدد سے ہوسکتی ہے؛ لیکن شیشہ کی ایک سِل کی صورت میں اِن کی تصدیق کا ایک آسان طریقہ حسبِ ذیل ہے:۔

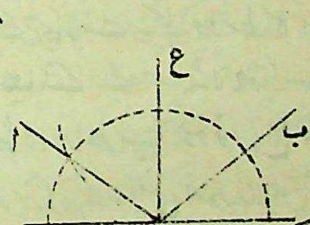
نقشہ کشی کے تختے پر ایک کاغذ چڑھا دو اور اِس پر کوئی خطِ مستقیم ا ط کھینچو (شکل ۴) شیشہ کی سِل کو اپنی جگہ پر اِس طرح رکھ دو کہ اِس کا ایک رُخ م ک پر منطبق رہے، پھر اِس کے کنارے کنارے پنسل سرکاتے ہوئے خط م ک
کھینچو۔ سِل کی سطح میں دیکھنے پر خط ا ط انعکاس کے بعد اَ ط کی سمت میں دکھائی دیگا؛ (۹)
پھر کاغذ پر ایک پِنّی اِس طرح رکھ دو کہ اس کا کنارہ اَ ط ہی کی سیدھ میں نظر آنے لگے اور خط ط ب کا کچھ حصہ کھینچو۔ اب سِل کو ہٹا کر ب ط کو یہاں تک خارج کرو کہ یہ م ک کو قطع کرے۔ ب ط، م ک کو ط پر قطع کرنا چاہیے اور ایک پرکار کی مدد سے حسبِ صراحت شکل یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ

$$\angle \text{اطع} = \angle \text{عطب}$$

حسب سابق ایک خط ا ط کھینچو اور سِل کو اپنی جگہ پر رکھ دو (شکل ۵)



شکل ۵



شکل ۴

فرض کرو کہ م ک اور ل گ اس کے دو متوازی رُخوں کے نشان ہیں۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

م ک اور ل گ کھینچو۔ پھر ہل کے رُخ ل گ میں دیکھتے ہوئے ایک پتی کی مدد سے خط ق ف کھینچو جو خط ا ط ہی کی سیدھ میں نظر آئے۔ پتی ہٹا دو، عماد ع ط ص کھینچو، ف ق کو اتنا بڑھاؤ کہ عماد سے ص پر جا ملے اور ط ق کو ملاؤ۔ زاویہ خ ص ط ق زاویہ انعطاف ہوگا۔

اب زاویہ وقوع اور زاویہ انعطاف کے جیبوں کی نسبت کئی طریقوں سے معلوم کر لی جا سکتی ہے۔ لیکن ان میں سب سے آسان طریقہ شاید حسبِ ذیل ہے:- نقشہ سے پایا جاتا ہے کہ ص ف متوازی ہے ا ط کے۔ بنا بریں ∠ط ص ف تکملہ ہے ∠ا ط ع کا اور جب ا ط ع = جب ط ص ق۔
اب چونکہ کسی مثلث کے زاویوں کے جیوب ان کے مقابل کے ضلعوں کے متناسب ہوتے ہیں اس لیے:

مہ = (جب ا ط ع) / (جب ص ط ق) = (جب ط ص ق) / (جب ص ط ق) = (ط ق) / (ص ق)

خواہ ∠ا ط ع کا تغیر کچھ ہی کیوں نہ ہو نسبت (ط ق) / (ص ق) ہمیشہ مستقل رہتی ہے۔

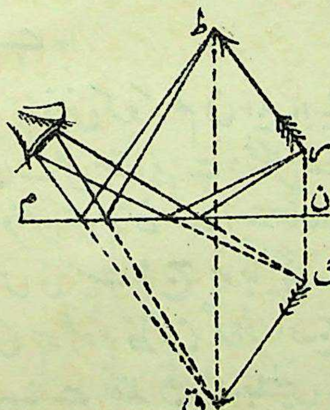
فرض کرو کہ م ن ایک ایسے مستوی آئینہ کا نشان ہے جو کاغذ کے مستوی کے علی القوائم ہے (شکل ۷ ب) اور فرض کرو کہ ط نور کا ایک نقطی مبداء ہے۔ فرض کرو کہ ط سے آئینہ تک ط ا کوئی شعاع ہے۔ تب انعکاس کے بعد اس کی سمت ا ج ہو جائیگی۔ نقطہ ا سے عماد ا ع کھینچو، نقطہ ط سے م ن پر عمود ط ن گراؤ، اور ج ا اور ط ن کو یہاں تک خارج کرو کہ یہ ایک دوسرے سے نقطہ ق پر جا ملیں۔

اب مثلثوں ا ط ن اور ا ق ن میں ا ن مشترک ہے؛
∠ا ن ط = ∠ا ن ق کیونکہ یہ دونوں قایمے ہیں؛ اور ∠ط ا ن = ∠ق ا ن
کیونکہ ∠ع ا ن ایک قایمہ ہے اور ع ا زاویہ ∠ج ا ط کی تنصیف کرتا ہے۔
اس لیے یہ مثلث آپس میں ہر طرح مساوی ہیں اور ط ن = ن ق

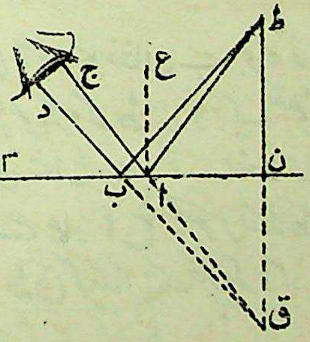
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

نقطہ ق کا محل متعین ہو جاتا ہے اور یہ کسی طرح ط ا کی سمت پر منحصر نہیں ہوتا۔ چنانچہ اگر ہم ایک اور شعاع ط ب کھینچیں تو انعکاس کے بعد اس کی سمت د ب بھی ق میں سے گزرنی چاہیے۔ اس لیے وہ تمام
شعاعیں جو ط سے نکل کر آئینہ پر واقع ہوتی ہیں ج د پر رکھی ہوئی آنکھ کو (۷)
ق سے آتی ہوئی معلوم ہوتی ہیں۔ ایسے نقطہ ق کو ط کا خیال کہا جاتا ہے اور چونکہ ق میں سے شعاعیں ا ج اور ب د خود نہیں گزرتیں بلکہ محض ان کی سمتیں پیچھے کی جانب خارج کیے جانے پر گزرتی ہیں، اس لیے اس خیال کو مجازی کہتے ہیں۔ اگر نقطہ ق سے خود یہ شعاعیں گزری ہوتیں تو خیال حقیقی ہوتا۔ حقیقی خیال اور مجازی خیال کے درمیان اصلی فرق یہ ہے کہ حقیقی خیال کو کسی پردے پر حاصل کر کے دکھلایا جا سکتا ہے اور مجازی خیال کو صرف دیکھا جا سکتا ہے، پردہ پر حاصل نہیں کیا جا سکتا۔

اگر ہم ایک منور نقطہ کے بجائے کسی خطی شخص ط ہ پر غور کریں تو



شکل ۸



شکل ۷

معلوم ہوگا کہ اس کے ہر ایک نقطہ کا خیال حسب صراحت بالا بنیگا اور ان نقطی خیالوں کے اجتماع سے خطی خیال ق ص حاصل ہوگا (شکل ۸)۔ یہ امر

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

مشاہدہ طلب ہے کہ انعکاس سے شخص میں عرضی تقلیب پیدا ہوجاتی ہے یعنی اس کے داہنے اور بائیں پہلو باہم بدل جاتے ہیں۔ چنانچہ اگر کسی آئینہ کے سامنے کوئی تحریر رکھی ہو تو یہ خیال کی مدد سے صاف نہیں پڑھی جاسکتی؛ لیکن اگر اس تحریر کو جاذب پر جذب کرلیا جائے اور پھر اس جاذب کو آئینہ کے سامنے لایا جائے تو یہ تحریر، دو مرتبہ اُلٹ جانے کی وجہ سے، مکرر صاف پڑھی جاسکتی ہے۔

یہ امر کہ خیال آئینہ کے اُتنے ہی پیچھے واقع ہوتا ہے جتنا کہ شخص اس کے سامنے دو پنوں اور شیشہ کی ایک تختی کی مدد سے بڑی آسانی سے ثابت کیا جاسکتا ہے۔ اِن پنوں میں سے ایک چھوٹی اور دوسری بڑی ہونی چاہیے اور شیشہ کی تختی کا پچھلا رُخ سیاہ کردیا جانا چاہیے تاکہ انعکاس صرف سامنے کے رُخ پر عمل میں آئے۔ شیشہ کی تختی کو انتصاباً قایم کرکے اِس کے سامنے چھوٹی پن نصب کردو۔ پھر لمبی پن کو تختی کے پیچھے ایک ایسے محل پر نصب کرو جہاں یہ پن اور چھوٹی پن کا خیال دونوں ایک ہی مقام پر دکھائی دینے لگیں۔ ایسی صورت میں لمبی پن اور چھوٹی پن کے خیال کے درمیان کوئی اختلاف منظر نہیں پایا جائیگا یعنی آنکھ کو عرضی سمت میں اِدھر اُدھر حرکت دینے سے اِن میں کوئی اضافی حرکت نظر نہ آئیگی۔ اگر یہ محل پوری احتیاط سے معلوم کرلیا گیا ہو تو لمبی پن اور چھوٹی پن دونوں شیشہ کی سطح سے مساوی الفصل پر رہتے ہیں۔

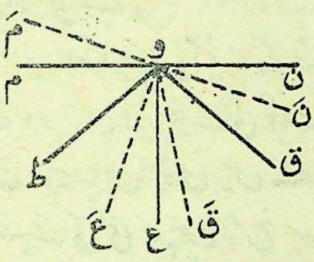
اگر یہ تجربہ شیشہ کی معمولی تختی کی بجائے ایک چاندی چڑھے آئینہ کی مدد سے انجام دیا جائے تو خیال تو بلاشبہ زیادہ منوّر ہوگا لیکن اس امر کے مدِّنظر کہ روشنی کو آئینہ پر پہنچنے سے پہلے شیشہ کی تختی میں سے گزرنا پڑتا ہے، ذراسی پیچیدگی پیدا ہوجاتی ہے۔ چنانچہ آگے چل کر بتایا جائیگا کہ اگر شیشہ (۸)
کی تختی کی دبازت د ہو تو اِس کی وجہ سے خیال آئینہ سے بقدر ۲ (م - ۱) د/م کے قریب تر آجائیگا۔ اگر چاندی تختی کی اگلی سطح پر چڑھی ہوئی ہو تو یہ پیچیدگی خود بخود رفع ہوجاتی ہے۔ لیکن ایسا آئینہ بنانے میں چاندی کو شیشہ کی تختی پر کیمیائی طریقے سے مطروح کرنا پڑتا ہے اور

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

پھر یہ زیادہ دیرپا نہیں ہوتا؛ پارہ اور قلعی کے ورق والے طریقے کا اطلاق صرف شیشہ کی سطح کے پشت پر ہو سکتا ہے۔

مستوی آئینہ کی گردش :— فرض کرو کہ کاغذ کے مستوی کے علی القوایم ایک مستوی آئینہ رکھا ہے جو کاغذ کے مستوی کو م ن پر قطع کرتا ہے۔ نیز فرض کرو کہ ط و شعاع واقع ہے، و ق شعاع منعکس، اور و ع نقطہ و قوع سے کھینچا ہوا عماد۔ مان لو کہ اس آئینہ کو و میں سے گزرنے والے ایک ایسے محور کے گرد جو کاغذ کے مستوی پر عمود وار ہے، زاویہ عہ میں گھمایا جاتا ہے اور اس گردش کے بعد شعاع منعکس اور عماد کے محل بالترتیب و قَ اور و عَ ہو جاتے ہیں:



شکل ۸ء

عہ = ∠ مَ و م = ∠ عَ و ع = ∠ ط و ع − ∠ ط و عَ

= ½ ∠ ط و ق − ½ ∠ ط و قَ

= ½ (∠ ط و ق − ∠ ط و قَ) = ½ ∠ ق و قَ

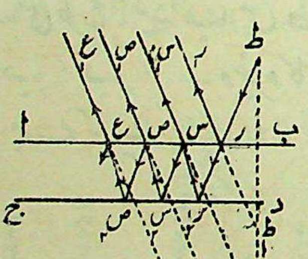
لیکن ق و قَ وہ زاویہ ہے جس میں کہ منعکس شعاع گھوم جاتی ہے۔ اس لیے منعکس شعاع کا زاویۂ گردش دوگنا ہے آئینہ کے زاویۂ گردش کے۔

آئینہ اور منعکس شعاع کے اس اصول سے کسی جسم کی گردش کی پیمایش میں اکثر کام لیا جاتا ہے۔ مثلاً گرو پیما کی بعض شکلوں میں ایک چھوٹے سے مقناطیس یا مقناطیسی نظام کے ساتھ ایک چھوٹا سا دائری آئینہ چسپاں ہوتا

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

ہے جو ایک لیمپ سے آنے والی روشنی کو ایک ایسے پیمانے پر جو عام طور پر آئینہ سے تقریباً ایک میٹر کے فاصلہ پر رکھا ہوتا ہے منعکس کر دیتا ہے۔ چنانچہ جب ایسے رو پیما میں سے رو گزرتی ہے تو اِس کا مقناطیس مع اپنے آئینہ کے منصرف ہو جاتا ہے جس سے لیمپ کی جھری کا خیال پیمانہ پر حرکت کرتا ہے۔ اِس طرح یہ منعکس شعاعیں ایک کال طور پر سیدھے اور بے کمیت نمائندہ کا کام دیتی ہیں۔

متواتر انعکاس:— اب ج د شیشہ کی متوازی پہلوؤں والی ایک دبیز تختی ہے۔ اِس تختی کی اوپری سطح کے نقطہ ر پر نور کی ایک شعاع ط ر واقع ہوتی ہے اور ایک منعکس شعاع ر ر۱ اور ایک منعطف شعاع ر ر۲ پیدا کرتی ہے۔ یہ منعطف شعاع تختی کی نچلی سطح پر واقع ہوکر منعکس شعاع ر۲ س اور ایک منعطف شعاع پیدا کرتی ہے جو شکل میں نہیں دکھلائی گئی ہے۔ یہ منعکس شعاع ر۲ س تختی کی اوپری سطح کے نقطہ س پر واقع ہوکر ایک منعطف شعاع س س۱ اور ایک منعکس شعاع س س۲ پیدا کرتی ہے، و علیٰ ہذا۔ پس اِس طرح ایک ہی واقع شعاع ط ر لاانتہا ہی شعاعیں ر ر۱، س س۱، ص ص۱، ع ع۱ وغیرہ پیدا کرتی ہے جو تختی کے اوپر واقع رہنے والی آنکھ کو خیالوں ط۱، ط۲، ط۳، ط۴ وغیرہ سے آتی ہوئی نظر آتی ہیں۔ اِن خیالوں میں سے پہلے دو خیال ط۱ اور ط۲ تقریباً مساوی طور پر روشن ہوتے ہیں اور دوسرے خیال جلد جلد مدھم پڑتے جاتے ہیں کیونکہ ہر ایک انعکاس

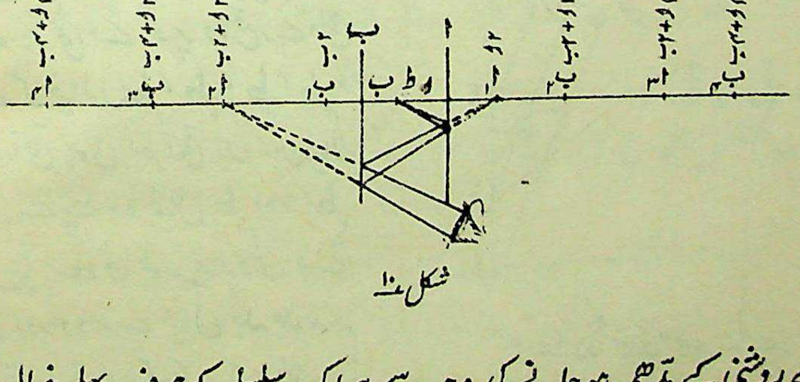


شکل ۹ (واٹسن کی "طبیعیات" سے)

کی وجہ سے روشنی کی حدّت بہت کچھ گھٹ جاتی ہے۔ اگر یہ تجربہ تقریباً
(۹) اندھیرے کمرہ میں ایک موم بتی کے شعلہ کی مدد سے انجام دیا جائے تو عموماً
صرف تین خیال نظر آتے ہیں۔ لیکن اگر شیشہ کی تختی کی نچلی سطح پر چاندی
چڑھی ہوئی ہو تو کل تقریباً پانچ خیال دکھائی دینگے اور ان میں سے دوسرا خیال باقی
سب سے زیادہ روشن ہوگا۔

معمولی آئینوں کی صورت میں ہمیں یہی دوسرا خیال نظر آتا ہے؛ یوں تو دوسرے خیال بھی موجود ہوتے ہیں لیکن یہ اتنے مدھم ہوتے ہیں کہ ان کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔

فرض کرو کہ دو آئینوں ا اور ب (شکل ۱۰) کے درمیان جن کے رُخ ایک دوسرے کے آمنے سامنے ہیں ایک نقطی مبداء ط اس طرح واقع ہے کہ اس کا فاصلہ آئینہ ا سے و اور آئینہ ب سے ب ہے۔ چنانچہ ا میں انعکاس کی وجہ سے اس کا ایک خیال $ا_۱$ پر بنیگا؛ آئینہ ب میں انعکاس کی وجہ سے اس خیال کا ایک خیال $ا_۲$ پر بنیگا؛ اور ا میں مکرر انعکاس کی وجہ سے اس دوسرے خیال کا خیال $ا_۳$ پر دکھائی دیگا اور علیٰ ہذا۔ اسی طرح آئینہ ب میں ط کے انعکاس پر غور کرنے سے ہمیں خیالوں $ب_۱$، $ب_۲$، $ب_۳$، .... وغیرہ کا ایک اور لاتناہی سلسلہ حاصل ہوگا۔ یوں تو ہونے کو خیالوں کے دو لاتناہی سلسلے ہوتے ہیں لیکن متواتر انعکاسوں

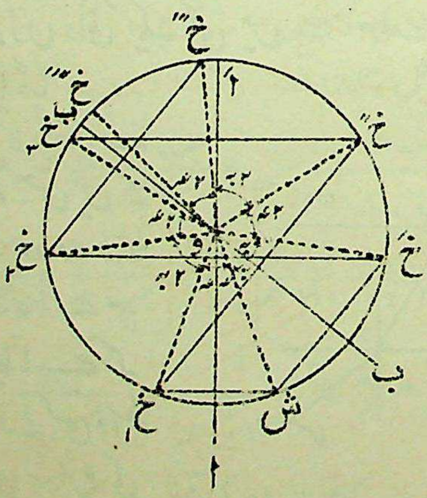


شکل ۱۰

سے روشنی کے مدھم ہو جانے کی وجہ سے ہر ایک سلسلے کے صرف پہلے خیال ہی

دکھائی دیتے ہیں۔ شکل میں ہر ایک خیال کے اوپر اِس کا فاصلہ نقطہ ط سے لکھ دیا گیا ہے۔ خیال ا۲ پیدا کرنے والی شعاعوں کی پنسل آنکھ میں داخل ہونے سے پہلے جو راستہ اختیار کرتی ہے وہ بھی شکل میں دکھلایا گیا ہے۔

جب یہ دونوں آئینے ایک دوسرے سے مائل ہوں تو خیالوں کے محل دلچسپ ہو جاتے ہیں۔ شکل ۱۱ میں ا و اور ب و آئینوں کو تعبیر کرتے ہیں اور ش شخص ہے۔ و ا میں ش کے انعکاس کی وجہ سے خیال خ پیدا ہوتا ہے۔ چونکہ ش خ عمود وار ہے و ا پر اور خ، و ا سے اُتنا ہی پیچھے واقع ہے جتنا کہ ش اِس کے سامنے، اِس لیے خ، اُس دائرہ پر واقع ہوگا جو و کو مرکز مان کر نقطہ ش میں سے کھینچا جائے۔ یہ خیال خ، آئینہ و ب میں خیال خ″ بنائیگا جو صریحاً اُسی دائرہ پر واقع ہوگا جس پر کہ ش اور خ، واقع ہوتے ہیں۔ یہ خیال و ا میں منعکس ہو کر خیال خ‴ پیدا کریگا۔ خ″ اور خ، کو ملانے والا خط و ا کے سرے کے آگے سے گزریگا لیکن اِس سے کوئی مضایقہ نہیں۔ آئینہ و ا میں خ″ کے خیال پیدا کرنے کے لیے صرف یہ ضروری ہے کہ خ″ سے
(۱۰) آنے والی شعاعیں و ا پر منعکس ہو کر آنکھ میں داخل ہوں۔ و ب میں



شکل ۱۱ (واٹسن کی "طبیعیات" سے)

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

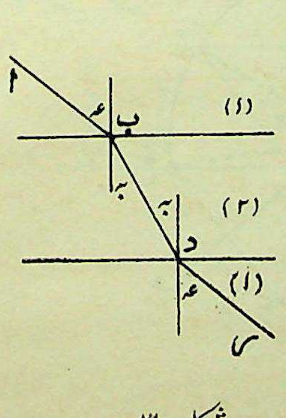
خ۲ کا خیال خ''' بنتا ہے۔ یہ چونکہ دونوں آئینوں کے پیچھے واقع ہے اس لیے یہ مزید خیال نہیں پیدا کر سکتا۔

اگر ہم شخص ش کی طرف پھر رجوع کریں تو یہ و ب میں خیال خ، بنائیگا جو و ا میں خیال خ۲ پیدا کریگا۔ یہ خ۲ آئینہ و ب میں خیال خ''' بنائیگا۔ چونکہ یہ خیال دونوں آئینوں کے پیچھے واقع ہے اس لیے اِس سے مزید خیال پیدا نہ ہونگے۔ پس صورتِ زیرِ غور میں کُل سات خیال حاصل ہونگے اور یہ سب کے سب اُس دائرہ کے محیط پر واقع رہینگے جس کا مرکز و اور نصف قطر وش ہو۔

مختلف خیالوں کے درمیان بننے والے زاویے شکل میں دکھلائے گئے ہیں، جہاں زاویوں ا وش اور ب وش کو بالترتیب ھ اور ہ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ شکل سے ظاہر ہے کہ دو متصلہ خیالوں کا درمیانی زاویہ متبادل طور پر ۲ ھ اور ۲ ہ کے مساوی ہوتا ہے۔

انعطاف متوازی پہلوؤں والی سِلوں میں سے

:- فرض کرو کہ نور کی ایک شعاع اب د کسی شفاف مادہ کی متوازی پہلوؤں والی ایک تختی میں سے منعطف ہوتی ہے جیسا کہ شکل ۱۲ میں دکھلایا گیا ہے۔



شکل ۱۲

فرض کرو کہ اِس تختی کا انعطاف نما بلحاظ اُس واسطہ کے جس میں کہ یہ رکھی ہے م۱۲ ہے اور واسطہ کا انعطاف نما تختی کے اوّل کے لحاظ سے م۲۱ ہے۔ تجربہ سے پایا جاتا ہے کہ متوازی پہلوؤں والے کسی واسطہ میں سے گزرنے پر کسی شعاع کی سمت نہیں بدلتی۔ اس لیے

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

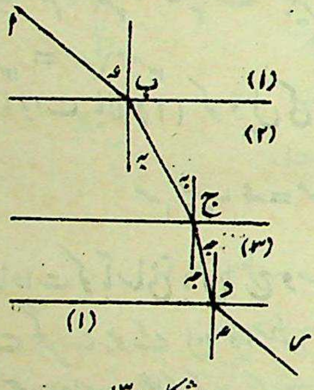
شعاع خارج ذ ل عماد کے ساتھ وہی زاویہ عہ بناتی ہے جو کہ شعاع واقع۔ اگر زاویہ انعطاف کو بہ سے تعبیر کیا جائے تو:

$$\text{مہ}_{21} = \frac{\text{جب عہ}}{\text{جب بہ}} \text{ ؛ } \text{مہ}_{12} = \frac{\text{جب بہ}}{\text{جب عہ}}$$

$$\text{لہذا } \text{مہ}_{12} = \frac{1}{\text{مہ}_{21}}$$

اب فرض کرو کہ متوازی پہلوؤں والی دو سِل، ایک ساتھ رکھی ہوئی ہیں اور نور کی شعاع ا ب ج د ذ ان میں سے گزرتی ہے جیسا کہ شکل ۱۳ میں دکھلایا گیا ہے۔ فرض کرو کہ دوسرے واسطہ کا انعطاف نما پہلے واسطہ کے اعتبار سے مہ_{21} ہے، تیسرے واسطہ کا انعطاف نما دوسرے واسطہ کے اعتبار سے مہ_{32} ہے، اور پہلے واسطہ کا انعطاف نما تیسرے واسطہ کے اعتبار سے مہ_{13} ہے۔ چنانچہ اگر بہ اور جہ کی قیمتیں حسبِ صراحت شکل ہوں تو

(۱۱)



شکل ۱۳

$$\text{مہ}_{21} = \frac{\text{جب عہ}}{\text{جب بہ}} \text{ ؛ } \text{مہ}_{32} = \frac{\text{جب بہ}}{\text{جب جہ}} \text{ اور } \text{مہ}_{13} = \frac{\text{جب جہ}}{\text{جب عہ}} \quad \text{.....} (1)$$

$$\text{پس } \text{مہ}_{21} \, \text{مہ}_{32} \, \text{مہ}_{13} = \frac{\text{جب عہ}}{\text{جب بہ}} \times \frac{\text{جب بہ}}{\text{جب جہ}} \times \frac{\text{جب جہ}}{\text{جب عہ}} = 1$$

$$\text{اور } \text{مہ}_{32} = \frac{1}{\text{مہ}_{21} \, \text{مہ}_{13}} = \frac{\text{مہ}_{31}}{\text{مہ}_{21}}$$

معیاری دباؤ کے تحت ۰ م کی تپش پر ہوا کا انعطاف نما خلاء کے

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

لحاظ سے ۱٫۰۰۰۳ ہے۔ کسی واسطہ کا انعطاف نما خلا کے اعتبار سے عام طور پر اس واسطہ کا مطلق انعطاف نما کہلاتا ہے اور جب کسی گیس کا انعطاف نما بتا دیا جاتا ہے تو ہمیشہ اِس کا مطلق انعطاف نما ہی مراد ہوتا ہے۔ جب شیشہ یا کسی مایع کا انعطاف نما بتادیا جاتا ہے تو عام طور پر ہوا کے اعتبار سے اِس واسطہ کا انعطاف نما مراد ہوتا ہے۔ اگر کسی واسطہ کا آیا مطلق انعطاف نما دیا جائے یا ہوا کے اعتبار سے اِس کا انعطاف نما، تو اِن میں سے دوسرا انعطاف نما مساوات $مہ_{۳۲} = مہ_{۳۱} / مہ_{۲۱}$ کی مدد سے بآسانی معلوم کر لیا جاسکتا ہے کیونکہ ہوا کا مطلق انعطاف نما معلوم ہے۔

اگر ہم شکل ۱۳ کے تینوں واسطوں کے مطلق انعطاف نماؤں کو بالترتیب $مہ_{۱}$، $مہ_{۲}$، $مہ_{۳}$ سے تعبیر کریں تو $مہ_{۲۱} = مہ_{۲} / مہ_{۱}$ ؛ $مہ_{۳۲} = مہ_{۳} / مہ_{۲}$ اور $مہ_{۱۳} = مہ_{۱} / مہ_{۳}$

پس مساوات بالا (۱) کو ذیل کی شکل میں لکھا جاسکیگا:

$$مہ_{۱} \text{ جیب ع} = مہ_{۲} \text{ جیب ب} = مہ_{۳} \text{ جیب ج}$$

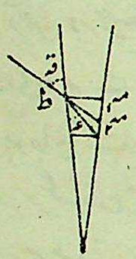
اِس مساوات کو بآسانی اِس طرح وسعت دی جاسکتی ہے کہ یہ متوازی مستوی سطحوں سے گھرے ہوئے ن واسطوں کی صورت پر بھی حاوی ہو۔ چنانچہ اِس سے ہمیں معلوم ہوگا کہ کسی ایک واسطہ میں شعاع کا میلان، اس شعاع کے صرف اصلی میلان پر منحصر ہوتا ہے اور اِس میلان میں درمیانی واسطوں کو کوئی دخل نہیں ہوتا۔

فلکی انعطاف :— چونکہ ہوا کا انعطاف نما خلا کے انعطاف نما کے مقابلہ میں قابل لحاظ طور پر بڑا ہے، اِس لیے جب کسی ستارے سے آنے والی شعاعیں ہمارے ہوائی کرہ میں داخل ہوتی ہیں تو وہ منعطف ہو جاتی ہیں۔

(۱۲) اِس انعطاف کا اثر یہ ہوتا ہے کہ ستارہ آسمان پر اپنے اصلی مقام سے بلند تر نظر آتا ہے۔ چونکہ ہوائی کرہ کے بالائی طبقوں کی کثافت اور بنا بریں

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اِس کا انعطاف نما بتدریج گھٹتا جاتا ہے اِس لیے یہ سارا انعطاف بیک وقت عمل میں نہیں آتا بلکہ ہوائی کرہ میں سے شعاعوں کے گزر کے دوران میں یہ شعاعیں بتدریج مڑتی جاتی ہیں۔ چنانچہ اگر یہ فرض کرلیا جائے کہ ہوائی کرہ بعض ایسے متوازی طبقوں میں منقسم ہے جن میں سے ہر ایک کے لیے انعطاف نما مستقل لیکن اِس سے نیچے والے طبقہ کے انعطاف نما سے کمتر ہوتا ہے، تو اِس بتدریج گھٹنے والے انعطاف نما کا اثر حاصل کیا جا سکتا ہے۔



شکل ۱۲

ایسے ایک طبقہ میں سے شعاع کا گزر شکل ۱۲ میں دکھلایا گیا ہے۔ نقطہ ط پر کُلیہ انعطاف کے اطلاق سے ہمیں حاصل ہوگا:

مہ$_1$ جب قہ = مہ$_2$ جب عہ = مہ$_2$ جب (قہ-حہ)

جہاں حہ وہ انحراف ہے جو اِس انعطاف کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے۔ چونکہ حہ ایک چھوٹا زاویہ ہے اِس لیے ہم لکھ سکتے ہیں جب حہ = حہ اور جم حہ = ۱۔ بنا بریں مساواتِ بالا ہو جائیگی :-

مہ$_1$ جب قہ = مہ$_2$ (جب قہ - حہ جم قہ)

یا

حہ = (مہ$_2$ - مہ$_1$) مس قہ

کیونکہ مہ$_2$ کو تقریباً ۱ کے مساوی لکھا جا سکتا ہے۔ اگر ہم ایسی ہی مساوات علی الترتیب تمام دیگر طبقوں کے لیے بھی لکھ کر اِن سب مساواتوں کو جمع کرلیں۔ اور اگر ہم یہ مان لیں کہ قہ، ۹۰° کے قریب نہیں ہے اور بنا بریں مس قہ آہستہ آہستہ بدلتا جاتا ہے تو مجموعی انحراف حہ کی تقریبی قیمت ضابطہ ذیل سے حاصل ہوگی :

حہ = (مہ - ۱) مس قہ

جہاں مہ ہوائی کرہ کے انعطاف نما کی وہ قیمت ہے جو زمین کی سطح کے قریب پائی جاتی ہے۔ ہوائی کرہ کے بلند ترین طبقہ کا انعطاف نما صریحاً ۱ ہوتا ہے۔ فلکی انعطاف کا مکمل نظریہ بہت پیچیدہ ہے کیونکہ اِس اثر کی قدر

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ہوائی کرہ کی تپش اور اس کے دباؤ پر منحصر ہوتی ہے۔ جیسے جیسے کوئی ستارہ اُفق کے قریب آتا جاتا ہے ویسے ویسے اِس میں انعطاف کی وجہ سے اُوپر کی سمت میں پایا جانے والا نقل مکان بہت جلد جلد بڑھتا جاتا ہے۔ اور بالآخر جب زاویہ قد کی قیمت ۹۰ ہوجاتی ہے تو اس نقل مکان کی قدر ۳۵' پر پہنچ جاتی ہے۔ یہ نقل مکان اُس زاویہ سے بڑا ہے جو سُورج یا چاند کے قطر کے محاذی بنتا ہے۔ چنانچہ جب سُورج کی قرص کا نچلا کنارہ اُفق سے چھوتا نظر آتا ہے تو یہ ساری قرص درحقیقت اُفق کے مستوی سے نیچے ہوتی ہے۔ پس ہوائی کرہ کے انعطاف کی وجہ سے دن کے دونوں سرے طویل ہوجاتے ہیں اور رات میں اتنی ہی کمی ہوجاتی ہے۔

ریگستان میں بعض اوقات ہوا کی وہ پرت جو ریت سے مس کرتی رہتی ہے اِس سے بلند تر پرتوں کے مقابلہ میں بہت زیادہ گرم ہوجاتی ہے جس سے اِس کی کثافت اور اِس کا انعطاف نما نسبتاً گھٹ جاتا ہے۔ چنانچہ نور کی جو شعاعیں آسمان کی طرف سے آتی ہوئی اِس گرم پرت پر ایک بہت بڑا زاویہ بناتی ہوئی واقع ہوتی ہیں وہ کُلی طور پر منعکس ہوکر ریت تک پہنچے بغیر ہی اوپری سرد طبقوں میں واپس لوٹ جاتی ہیں۔ اگر یہ شعاعیں کسی مشاہد کی آنکھ میں داخل ہوں تو اُس کو بظاہر ایسا معلوم ہوگا گویا کہ ریت میں آسمان کا ایک حصّہ منعکس ہو رہا ہے اور وہ اِس کو ایک جھیل کی سطح سمجھتا ہے۔ اس منظر کو سُراب[5] کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے۔

اگر دور کی چیزیں گرم ہوا کی لُو میں سے (مثلاً کسی دھواں دان سے خارج ہونے والی یا سمندر کے کنارے سے دھوپ کی وجہ سے گرم ہوکر اُٹھنے والی گرم ہوا میں سے) دیکھی جائیں تو یہ لہراتی اور لرزتی معلوم ہوتی ہیں۔ یہ بھی گرم ہوا کے انعطاف نما کے کم ہونے کا نتیجہ ہے۔ گرم ہوا کے قطعے منشوروں کی طرح عمل کرتے ہوئے شعاعوں کو منحرف کرتے اور اِن کی آمد کی ظاہری سمتوں کو بدل دیتے ہیں۔ چونکہ گرم ہوا کے اِن قطعوں کے محل اور اِن کی شکل ہمیشہ بدلتی جاتی ہے اِس لیے اِن میں سے دیکھی ہوی چیزیں کانپتی نظر آتی ہیں۔ اِسی طرح ستاروں کی

۵ Mirage

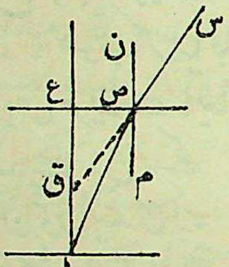
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

جھلملاہٹ کو بھی ہوائی کُرہ کے انعطاف نما کی متغیر غیر مساواتوں کا نتیجہ سمجھنا چاہیے۔

کسی نقطہ کا وہ خیال جو ایک مستوی سطح پر انعطاف کی وجہ سے بنے

:— فرض کرو کہ شعاعوں کی ایک پنسل ایک ایسے نقطہ ط سے متسع ہو رہی ہے جو کسی انعطاف انگیز مادّہ کی مثلاً شیشہ کی متوازی رخوں والی سِل کی نچلی سطح پر واقع ہے۔ شعاع ط ع جو اِس سِل کی اُوپری سطح پر عموداً واقع ہوتی (۱۳)



شکل ۱۵

ہے ہوا میں داخل ہوتے ہوئے اپنی سمت نہیں بدلتی؛ لیکن کوئی اور شعاع ط ص سطح فارق پر منعطف ہو جاتی ہے۔ فرض کرو کہ اِس شعاع کی سمت انعطاف کے بعد ص س ہو جاتی ہے اور شیشہ کا انعطاف نما مہ ہے۔ بنا بریں:

$$\text{مہ} = \frac{\text{ص ط}}{\text{ص ق}} = \frac{\text{جب ط ق ص}}{\text{جب ق ط ص}} = \frac{\text{جب ع ق ص}}{\text{جب ق ط ص}} = \frac{\text{جب ن ص س}}{\text{جب ط ص م}}$$

اگر زاویہ ق ط ص چھوٹا ہو تو ص ط / ص ق = ع ط / ع ق۔
اِس لیے مہ ع ق = ع ط اور نقطہ ق کا محل معین ہوگا۔ پس اگر اِس سِل کی اُوپری سطح پر نقطہ ط سے آنے والی شعاعوں کی ایک باریک پنسل عموداً واقع ہو تو یہ انعطاف کے بعد نقطہ ق سے آتی ہوئی معلوم ہوگی یعنی ق پر ط کا ایک مجازی خیال بنیگا۔

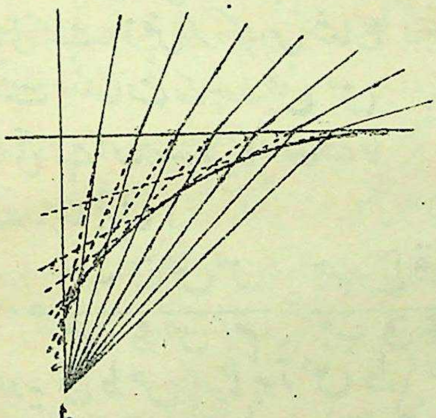
اِس اُصول پر، شیشہ کی سِل کے انعطاف نما کی تعیین کا ایک تجربی طریقہ مبنی ہے۔ اِس میں ایک ایسی خردبین سے کام لیا جاتا ہے جس کی نلی کو دندانہ پٹی والی حرکت کی مدد سے انتصاباً نیچے اُوپر سرکایا جا سکتا ہو۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

پہلے اِس خردبین کی تمسیک اِس کے تخت پر کے ایک نشان پر کرلی جاتی ہے۔ پھر اِس نشان پر شیشہ کی سِل رکھ کر خردبین کی تمسیک نشان کے اُس مجازی خیال پر کرلی جاتی ہے جو اِس سِل کی وجہ سے بنتا ہے۔ اس عمل میں خردبین کو جس فاصلہ میں سے اوپر اُٹھانا پڑتا ہے وہ ط ق کو تعبیر کرتا ہے۔ یہ فاصلہ خردبین کے پیمانے پر پڑھ لیا جاتا ہے۔ پھر خردبین کی تمسیک سِل کی اوپری سطح پر کے کسی نشان پر کرلی جاتی ہے اور اِس صورت میں خردبین کو جس فاصلہ میں سے اوپر اُٹھانا پڑتا ہے وہ ق ع کو تعبیر کرتا ہے۔ پس ط ق اور ق ع کے علم سے سِل کا انعطاف نما محسوب کرلیا جاسکتا ہے۔

اِس طریقہ سے مائعات کا انعطاف نما معلوم کرنے کے لیے خردبین کی تمسیک پہلے مائع رکھے ہوئے برتن کی پیندی پر کے کسی خراش پر کرلی جاتی ہے، پھر یہ تمسیک مائع کی سطح پر تیرنے والے گرد یا کھریا کے سفوف پر عمل میں لائی جاتی ہے۔ بہرحال اِس طریقہ سے زیادہ صحیح نتایج حاصل نہیں ہوتے اور اِس سے نظریہ کی صرف توضیح میں کام لیا جاتا ہے۔[1]



شکل ۱۶ (واٹسن کی "طبعیات" سے)

[1] بہتر ہوگا کہ اِس طریقہ میں خردبین کے صلیبی تاروں کے ساتھ مروجہ ہوئیگنس[1] کے چشمہ کی بجائے ریمسڈن[2] کا چشمہ استعمال کیا جائے۔ اِس میں صلیبی تاروں اور خیال کے درمیان جو اختلاف منظر پایا جاتا ہے اُس سے ٹھیک تمسیک میں بڑی سہولت پیدا ہوجاتی ہے۔

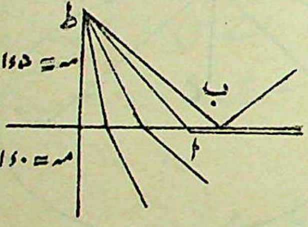
[1] Huygens [2] Ramsden

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri
92/92 22261
401

اگر نقطہ ط سے شعاعیں ط ع کے ساتھ وسیع زاویے بناتی ہوئی منتشر ہوں تو انعطاف کے بعد ان کی سمتیں نقطہ ق سے نہیں گزرینگی بلکہ ایک منحنی کو مس کرینگی، جیسا کہ شکل ۱۶ میں دکھلایا گیا ہے۔ یہ منحنی آتشی منحنی کہلاتا ہے۔

انعکاس کُلّی :— زاویہ وقوع اور زاویہ انعطاف کے درمیان رشتہ جب قہ = مہ جب عہ پایا جاتا ہے۔ اگر ایک شعاع بلند
انعطاف نما والے واسطہ میں سے پست انعطاف نما والے واسطہ میں، (۱۴)
مثلاً شیشہ سے ہوا میں، داخل ہو تو مہ کی قیمت ۱ سے کم ہوتی ہے۔ جیسے جیسے شیشہ کے اندر زاویہ وقوع قہ بڑھتا جاتا ہے ویسے ویسے زاویہ انعطاف عہ بھی بڑھتا جاتا ہے اور جب، جب قہ مساوی ہو جائے مسہ کے تو جب عہ = ۱ اور عہ = ۹۰۔ رشتہ جب قہ = مہ سے زاویہ قہ کی جو قیمت حاصل ہوتی ہے اُس کو زاویہ فاصل کہتے ہیں۔ جب زاویہ وقوع، زاویہ فاصل سے بڑا ہوتا ہے تو جب عہ بڑا ہوتا ہے ۱ سے۔ اس لیے عہ کی قیمت حقیقی نہیں ہوسکتی یعنی منعطف شعاع موجود ہی نہیں ہوتی۔ ایسی صورت میں کہا جاتا ہے کہ روشنی کُلّی طور پر منعکس ہو رہی ہے۔ شکل ۱۷ میں انعطاف نما ۱.۵ والے شیشہ کی سطح پر اندرونی طور پر واقع ہونے والے شعاعوں کے لیے وقوع اور انعطاف کے متناظر انعطافی زاویے دکھلائے گئے ہیں۔ شعاع ط ا عماد کے ساتھ زاویہ فاصل بناتی ہے اور شعاع ط ب کُلّی طور پر منعکس ہو جاتی ہے۔



شکل ۱۷

غیر مُتصل سطحیں :— دو نقطوں کے درمیان مناظری فاصلہ یا دو نقطوں کے درمیان کسی شعاع کے طے کردہ فاصلہ مناظری

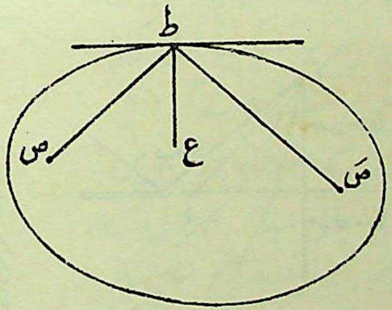
पुस्तकालय
गुरुकुल कांगड़ी
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

طول، اُس حقیقی فاصلہ اور اِس راستہ کو سمائے ہوئے واسطہ کے انعطاف نما کے حاصل ضرب سے تعبیر ہوتا ہے۔ اگر یہ راستہ مختلف واسطوں میں سے گزرے تو اِس کا مناظری طول معلوم کرنے کے لیے اس کے ہر ایک حصّہ کو اُس واسطہ کے انعطاف نما سے ضرب دے کر جس میں کہ یہ حصّہ واقع ہے، ایسے تمام ضربی حاصلوں کا مجموعہ لینا ہوتا ہے۔

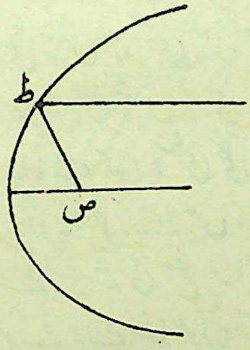
غیر مُنفصل سطح[ه] سے مراد ایک ایسی سطح ہے جس کے ہر ایک نقطہ کے لیے دو ثابت نقطوں سے اِس کے مناظری فاصلوں کا مجموعہ مستقل ہو۔

فرض کرو کہ دو ثابت نقطے ص اور صَ ایک ہی واسطہ میں واقع ہیں، روشنی راست غیر مُنفصل سطح تک جا کر واپس آتی ہے، اور ط اِس غیر مُنفصل سطح پر کوئی نقطہ ہے۔ بنا بریں اِس کی مساوات ہوگی:

ص ط + صَ ط = م



شکل ۱۸



شکل ۱۹

جہاں م ایک مستقل ہے۔ یہ مساوات اُس گردشی ناقص نما کی ہے جس کے ماسکے ص اور صَ ہیں، یعنی اُس سطح کی جو شکل ۱۸ والے قطع ناقص کو
خط ص صَ کے گرد گھمانے پر حاصل ہوتی ہے۔ اب قطع ناقص کے (۱۵)

ه Aplanatic surface

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

خواص میں سے ایک یہ بھی ہے کہ اِس پر کے کسی نقطہ کو اِس کے ماسکوں سے ملانے والے خطوط، اِس نقطہ پر کھنچے ہوئے مماس اور عماد کے ساتھ مساوی زاویے بناتے ہیں۔ چنانچہ اگر نقطہ ط پر کا عماد ط ع ہو تو

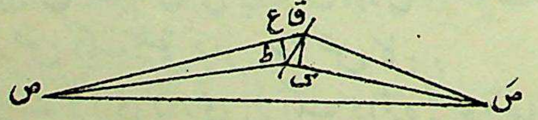
∠ ص ط ع = ∠ صَ ط ع

اور اگر اِس ناقص نما کی اندرونی سطح کو ایک آئینہ مان لیا جائے تو نور کی کوئی شعاع جو اِس سطح پر ایک ماسکہ سے واقع ہو انعکاس کے بعد دوسرے ماسکہ میں سے گزرنی چاہیے۔

اگر اِن ماسکوں میں سے صَ کو لاتناہی تک ہٹا دیا جائے تو یہ ناقص نما گردشی مکافی نما ہو جائیگا اور اگر ص کو ایک مبداء نور سمجھا جائے تو ص سے منتشع ہونے والی ہر ایک شعاع خواہ یہ کسی زاویہ پر کیوں نہ ہو، اِس آئینہ پر منعکس ہونے کے بعد اس کے محور کے متوازی ہو جائیگی۔ بالعکس اِس کے ایک مکافی نما آئینہ لاتناہی فصل پر کے کسی جسم سے آنے والی تمام شعاعوں کو ایک نقطئی ماسکہ پر پہنچا دیتا ہے۔

فرض کرو کہ نقطہ ص انعطاف نما ا والے کسی واسطہ میں واقع ہے اور نقطہ صَ انعطاف نما مہ والے کسی واسطہ میں۔ بنا بریں اِس کی غیر مُتصل سطح کی مساوات ہو جائیگی*

ص ط + مہ صَ ط = م



شکل ۲۰

* اِس مساوات سے تعبیر ہونے والا منحنی کارٹیزی ناقص کہلاتا ہے۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

جہاں ط اس سطح پر کا کوئی نقطہ ہے۔ فرض کرو کہ ق ایک متصلہ نقطہ ہے ط کا (شکل نمبر ۲۰) ط سے ص ق پر عمود ط ع کھینچو اور ق سے صَ ط پر عمود ق ک کھینچو۔ بنا بریں چونکہ زاویہ ع ص ط چھوٹا ہے اس لیے ہم لکھ سکتے ہیں صَ ط = صَ ع ؛ اسی طرح صَ ک = صَ ق۔ اب ص ط + مہ. صَ ط = م اور ص ق + مہ. صَ ق = م. اس لیے عمل تفریق سے

ص ق - ص ط = مہ (صَ ط - صَ ق)

یعنی ص ق - ص ع = مہ (صَ ط - صَ ک)

یا ع ق = مہ. ط ک

جانبین کو ط ق پر، جس کو خطِ مستقیم کا ایک چھوٹا سا ٹکڑا مان لیا جا سکتا ہے۔ تقسیم کر دو تو حاصل ہوگا:

ع ق / ط ق = مہ. ط ک / ط ق

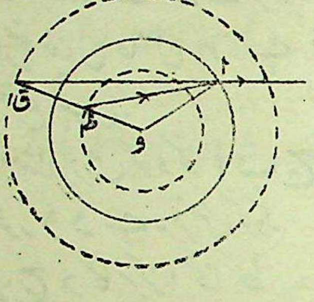
لیکن ع ق \ ط ق = جم ع ق ط = جب (ص ق کا زاویۂ وقوع)
اور ط ک \ ط ق = جم ک ط ق = جب (ط صَ کا زاویۂ انعطاف)
اس لیے انتہا میں چل کر جب ق ط کو لا انتہا طور پر چھوٹا کر دیا جائے تو ہمیں حاصل ہوگا: جب (ص ط کا زاویۂ وقوع) = مہ. جب (صَ ط زاویہ انعطاف) یعنی شعاع ص ط منعطف ہو کر صَ میں سے گزریگی۔ پس وہ تمام شعاعیں جو ص سے اس سطح پر واقع ہوں انعطاف کے بعد صَ میں سے گزرینگی اور صَ ایک حقیقی خیال ہوگا ص کا۔

مرکز و سے و ا کی دوری پر ایک دائرہ کھینچو، جہاں ا محیط پر کا
کوئی نقطہ ہے (شکل ۲۱)۔ پھر اسی مرکز سے ا و / مہ اور مہ. ا و کی دوری پر (۱۶)
دو دائرے کھینچو جہاں مہ بڑا ہے ا سے۔ کوئی خط و ط کھینچو جو ان دائروں کو

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

بالترتیب ط اور ق پر قطع کرے۔ ق ا اور ط ا کو ملاؤ۔



شکل ۲۱

مثلثوں ا ط و اور ا ق و میں ∠ ا و ا مشترک ہے اور ط و : و ا = و ا : و ق ؛ پس یہ مثلث آپس میں مشابہ ہیں اور ∠ ق ا و = ∠ ا ط و ۔ بنابریں:

جب ق ا و / جب ط ا و = جب ا ط و / جب ط ا و = ا و / ط و = مہ

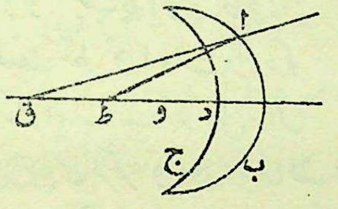
اگر ہم نصف قطر و ا والے دائرہ کو شیشہ کے ایک ایسے کرہ کی تراش مان لیں جس کا مرکز و اور انعطاف نمامہ ہو تو اس کرہ کے ایک اندرونی نقطہ ط سے واقع ہونے والی شعاع کرہ کی سطح پر منعطف ہونے کے بعد نقطہ ق سے آتی ہوئی معلوم ہوگی کیونکہ و ا نقطہ ا پر اس کروی سطح کا عماد ہے۔ بنابریں ق خیال ہوتا ہے ط کا۔ ط اور ق اس کرہ کے غیر متصل نقطے کہلاتے ہیں اور اس کرہ کی سطح کو نقاط ط اور ق کے لیے غیر متصل سطح کہتے ہیں۔ کرہ کی صورت میں غیر متصل نقطوں کی تعداد لا انتہا ہوتی ہے ؛ اور اندرونی کرہ پر کے ہر ایک نقطہ کے جواب میں بیرونی کرہ پر ایک غیر متصل نقطہ موجود ہوتا ہے۔ اندرونی کرہ پر ط کو گھیرے ہوئے ایک چھوٹے سے رقبہ کے جواب میں خیال کے طور پر بیرونی کرہ کے نقطہ ق کے گرد رقبہ کا ایک ٹکڑا موجود ہوتا ہے۔ اب اندرونی کرہ کی مساوی سطح کا رقبہ ۴ π (ا و / مہ)^۲ ہے اور بیرونی کرہ کی ساری سطح کا رقبہ ۴ π (مہ ا و)^۲ ہے۔ اس لیے ق کو گھیرے ہوئے ٹکڑے کا رقبہ اُس ٹکڑے کے رقبہ کا جس کا کہ یہ خیال ہے مہ^۴ گنا ہوگا۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

معمولی عدسوں سے واضح خیال صرف اُسی صورت میں بنتے ہیں جبکہ یہ شعاعیں محور کے ساتھ چھوٹے زاویے بنائیں۔ لیکن کرہ کے غیر مُتصل نقاط کی خاصیت سے مدد لے کر ایک ایسا عدسہ بنایا جا سکتا ہے جس سے ایک واضح خیال حاصل ہوتا ہے خواہ یہ شعاعیں محور سے کسی زاویہ پر کیوں نہ متسع ہوں۔

مثلاً فرض کرو کہ ا ب ج د ایک ایسے عدسہ کی تراشش ہے جس کا محور ق د ہے۔ فرض کرو کہ ایک سطح ج د کا مرکز انحنا ط ہے ط اور ق دوسری سطح ا ب کے غیر مُتصل نقاط ہیں۔ بنا بریں ط سے متسع ہونے والی تمام شعاعیں عدسہ میں منحرف ہوئے بغیر داخل ہونگی اور دوسری سطح پر منعطف ہونے کے بعد ق سے متسع ہوتی ہوئی معلوم ہونگی۔ پس اس طرح یہ عدسہ ط کا مجازی خیال ق پر پیدا کرتا ہے۔



شکل ۲۲

لیکن ایسی ساخت والے عدسہ سے صرف اُسی وقت کام لیا جا سکتا ہے جبکہ شخص کا ایک واحد معیّن محل ہو اور مستعملہ روشنی یک لونی ہو۔

انتہائی راہ کا کُلیہ :— کلیاتِ انعکاس و انعطاف،

دو کُلیہ انتہائی راہ“ نامی ایک نہایت عام کُلیہ میں ضم کر دیے جا سکتے ہیں۔ یہ کُلیہ حسبِ ذیل ہے : دو نقطوں کے درمیان کسی شعاع کا طے کردہ مناظری فاصلہ مقیم ہوتا ہے یعنی یا تو اعظم ہوتا ہے یا اقل۔ یہ کُلیہ سابق میں ” فرما کا اُصول اقل وقت “ Fermat's Principle of Least Time کہلاتا تھا اور اِس کو حسبِ ذیل غلط پیرایہ میں بیان کیا جاتا تھا : نور کی

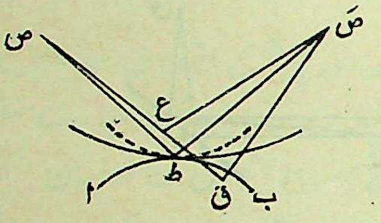
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

شعاعیں اُن نقطوں کے درمیان جن کو یہ ملاتی ہیں اقل ترین مناظری فاصلہ ہوتی ہیں ۔

یہ کلیہ پہلے منحنی سطح پر کے واحد انعکاس کی صورت کے لیے ثابت (۱۷)
کیا جائیگا ۔ اس میں صریحاً مستوی سطح پر کے انعکاس کی صورت بھی شامل ہوگی ۔

فرض کرو کہ ص سے آنے والی ایک شعاع منحنی سطح ا ب کے نقطہ ط پر واقع ہوتی ہے اور اس سے منعکس ہوکر صَ پر پہنچ جاتی ہے (شکل ۲۳) ۔ اس منحنی سطح پر کوئی اور نقطہ ق لو جس کا اُسی مستوی میں ہونا ضروری نہیں جس میں کہ ص، ط اور صَ واقع ہیں ۔ ص ق اور صَ ق کو ملاؤ ۔ چنانچہ ہمیں ثابت یہ کرنا ہوگا کہ ق کے



شکل ۲۳

ہر ایک محل کے لیے، خواہ یہ کہیں کیوں نہ واقع ہو، ص ط + صَ ط یا تو بڑا ہوگا یا کم ہوگا ص ق + صَ ق سے ۔

ص اور صَ کو ماسکے مان کر ایک گردشی ناقص نما کھینچو جو سطح ا ب کو ط پر مس کرے ۔ فرض کرو کہ صَ ق اس ناقص نما کو ع پر قطع کرتا ہے ۔ بنا بریں گردشی ناقص نما کی خاصیت کی رو سے ص ط + صَ ط = ص ع + صَ ع ۔ لیکن صَ ع < ع ق + صَ ق پس ص ع + صَ ع < ص ع + ع ق + صَ ق < ص ق + صَ ق یعنی ص ط + صَ ط < ص ق + صَ ق ۔ اگر سطح ا ب، ص اور صَ کی جانب ناقص نما کی بہ نسبت زیادہ مقعر ہوتی جیسا کہ نقطہ دار منحنی سے دکھلایا گیا ہے تو ص ق اس کو ناقص نما سے ملنے سے پہلے ہی قطع کیا ہوتا اور بنا بریں ہمیں حاصل ہوتا:

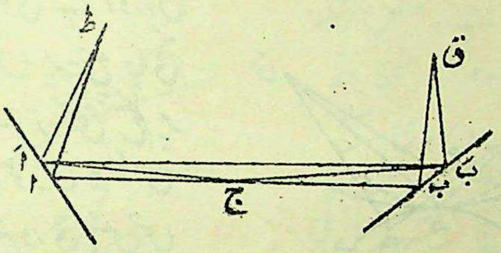
ص ط + صَ ط > ص ق + صَ ق

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

منحنی سطح پر کے انعطاف کی صورت سے بھی دوسری غیر متصل سطح کی مدد سے اِسی طرح بحث کی جا سکتی ہے۔

اب دو انعکاسوں کی صورت پر غور کرو۔ فرض کرو کہ ط ا ب ق کسی شعاع کا حقیقی راستہ ہے اور ط اَ بَ ق اِس کا ایک متصلہ راستہ ہے۔ مان لو کہ ا اَ اور ب بَ پہلے رتبہ کی چھوٹی مقداریں ہیں۔ بنا بریں انتہائی راہ والے کلیہ کا اقتضاء یہ ہے کہ اِن دونوں راستوں کا فرق دوسرے



شکل ۲۴

رتبہ کی ایک چھوٹی مقدار ہونا چاہیے۔ ا اور ب ہر دو سے کچھ فاصلہ پر لیکن خط ا ب ہی پر ایک نقطہ ج لو۔ چونکہ انتہائی راہ والا کلیہ ایک واحد انعکاس کی صورت پر صادق آتا ہے اِس لیے

ط اَ + اَ ج = ط ا + ا ج

اور ج ب + ب ق = ج بَ + بَ ق

جہاں تک کہ پہلے رتبہ کی چھوٹی مقداروں کا تعلق ہے۔ اِس لیے راستہ ط اَ ج بَ ق میں اور راستہ ط ا ج ب ق میں صرف دوسرے رتبہ کی چھوٹی مقداروں کا فرق ہوتا ہے۔ اِس ثبوت کو مکمل کرنے کے لیے ہمیں یہ بھی ثابت کرنا چاہیے کہ اَ ج + ج بَ اور اَ بَ کا فرق صرف دوسرے رتبہ کی چھوٹی مقداروں پر مشتمل ہوتا ہے، اور صورت حال صریحاً یہی ہے کیونکہ ج کا فاصلہ اَ بَ سے پہلے رتبہ کا ہے زیادہ پیچیدہ صورتوں سے بھی اسی طرح بحث کی جا سکتی ہے۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(۱۸)

مثالیں

(۱) اگر سورج کی روشنی کو ایک باریک سوراخ میں سے داخل ہونے دیا جائے تو اِن شعاعوں کے حصول کے لیے ترتیب دیے ہوئے ایک پردہ پر سورج کا خیال بنتا ہے، لیکن اگر سوراخ بڑا ہو تو ہمیں اِس سوراخ کا خیال حاصل ہوتا ہے۔ اِس کی توجیہ کرو۔

(۲) ہوا کے اعتبار سے شیشہ اور پانی کے انعطاف نما بالترتیب ۱٫۵۲ اور ۱٫۳۳ ہیں۔ شیشہ کا انعطاف نما پانی کے اعتبار سے معلوم کرو۔

(۳) ایک منوّر نقطہ دو ایسے مستوی آئینوں کے درمیان رکھا ہوا ہے جو ایک دوسرے سے ۹۰° کے زاویہ پر مائل ہیں۔ اِن آئینوں پر انعکاس کی وجہ سے پیدا ہونے والے خیالوں کے محل اور اِن کی تعداد معلوم کرو۔ نیز شعاعوں کی جس پنسل کی مدد سے ہر ایک خیال بنتا ہے، آنکھ تک اِس کے محور کا راستہ ایک نقشہ کے ذریعہ دکھلاؤ۔

(۴) ایک منوّر نقطہ دو ایسے مستوی آئینوں کے درمیان رکھا ہوا ہے جو ایک دوسرے سے ۶۰° کے زاویہ پر مائل ہیں۔ اِن کے انعکاس سے پیدا ہونے والے خیالوں کی تعداد معلوم کرو اور ثابت کرو کہ یہ سب ایک ہی دائرے کے محیط پر واقع ہوتے ہیں۔

(۵) دو مستوی آئینے جو ایک دوسرے سے زاویہ ط پر مائل ہیں ایک دوسرے کو نقطہ و پر قطع کرتے ہیں۔ ظ اِن آئینوں کے درمیان ایک نقطہ ہے اور ظ ق ع ایک ایسی شعاع ہے جو نقطہ ظ سے نکل کر اِن آئینوں کے متواتر انعکاسوں کے بعد پھر نقطہ ظ پر واپس آتی ہے۔ ثابت کرو کہ و ظ زاویہ ق ظ ع کی تنصیف کرتا ہے اور یہ کہ اِس کے راستہ کا طول ۲ و ظ جیب ط ہے۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(۶) چاندنی رات میں، جب سمندر کی سطح پر چھوٹی چھوٹی لہریں پائی جائیں، پانی کی سطح پر چاند کے ایک واضح خیال کی بجائے چاند کی سمت میں روشنی کی ایک پٹی دکھائی دیتی ہے۔ نقشہ کی مدد سے سمجھاؤ کہ ایسا کیوں ہوتا ہے۔

(۷) سورج کے قرص کے مرکز کا ظاہری فراز ۳۰° ہے۔ حقیقی فراز کی قیمت دریافت کرو۔ خلاسے ہوا میں داخل ہونے والے نور کے لیے انعطاف نما ۱،۰۰۰۳ مان لیا جاسکتا ہے۔

(۸) ایک مشاہد کو جو صاف شفاف پانی کے ایک حوض کو تہ کی طرف دیکھ رہا ہے، اس کی گہرائی ۴ فٹ معلوم ہوتی ہے۔ اس کی حقیقی گہرائی کیا ہے؟

(۹) شیشہ کی ایک سل کے اندر ایک ہوائی بلبلہ ہے جو اس سل کی سطح کی طرف عماداً دیکھنے والی آنکھ کو سل کی سطح سے ۲ سمر نیچے دکھائی دیتا ہے۔ اگر شیشہ کا انعطاف نما ۱،۵۲ ہو تو سل کی سطح سے بلبلہ کا حقیقی فاصلہ کیا ہے؟

(۱۰) شیشہ کی ایک سل کو جس کی دبازت ۱۰ سمر اور جس کا انعطاف نما ۱،۵۲ ہے، کاغذ پر بنے ہوئے ایک نشان کے اوپر اس طرح پکڑا گیا ہے کہ اس کی نچلی سطح اور نشان کا درمیانی فاصلہ ۶ سمر ہے۔ اس نشان کی طرف سل میں سے انتصاباً دیکھنے والی آنکھ کو یہ نشان کہاں نظر آئیگا؟ اپنے جواب کو ایک نقشہ کے ذریعہ واضح کرو۔

(۱۱) دو مستوی آئینے ایک دوسرے سے ایک مستقل زاویہ پر مائل ہیں اور اس اجتماع کو آئینوں کے خط تقاطع کے گرد اس کو محور قرار دے کر گھمایا جاسکتا ہے۔ اگر ایک شعاع پہلے ایک آئینہ میں اور پھر دوسرے آئینہ میں محور مذکور کے علی القوائم مستوی میں منعکس ہو تو ثابت کرو کہ اس اجتماع کی گردش سے شعاع کے انحراف میں کوئی فرق نہیں آتا۔

(۱۲) غیر مُنفِسل سِطحوں کی خاصیت سے مدد لیے بغیر راست ثابت کرو کہ اگر نقطہ ط سے آنے والی شعاع کو ایک مستوی آئینہ کی مدد سے اس طرح منعکس کیا جائے کہ یہ نقطہ ق پر آپہنچے تو اس شعاع کے راستہ کا

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

مناظری طول اقل ہوتا ہے یعنی کم ہوتا ہے کسی اور ایسے راستہ کے مناظری طول سے جو ط سے آئینہ تک اور پھر یہاں سے ق تک کھینچا جائے۔

(۱۳) غیر مُنفصِل سطحوں کی خاصیت سے مدد لیے بغیر راست ثابت کرو کہ: اگر نقطہ ط سے آنے والی ایک شعاع کسی کثیف تر واسطہ کی مستوی سطح پر اِس طرح منعطف ہو کہ اِس واسطہ کے اندر ایک نقطہ ق پر پہنچے تو اِس شعاع کے راستہ کا مناظری طول ط اور ق کے درمیان کسی اور راستہ کے مناظری طول سے چھوٹا ہوگا۔

(۱۴) مقعر آئینہ کے انعکاس کی صورت میں شخص اور خیال کے محلوں کو مربوط کرنے والے ضابطہ کو کلیۂ انتہائی راہ کی رو سے، یعنی کلیہ انعکاس سے مدد لیے بغیر اخذ کرو۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(۱۹)

دوسرا باب

کروی آئینوں اور عدسوں کا ابتدائی نظریہ

کروی آئینے:- اگر دو واسطوں کی سرحدی سطح کی شکل کروی اور اچھی طرح صیقل شدہ ہو تو اِس کو کروی آئینہ کہتے ہیں۔ اِس پر چاندی چڑھی ہوئی ہونا ضروری نہیں؛ شیشہ کی، چاندی نہ چڑھی ہوئی سطح سے بھی اتنے ہی واضح خیال بنتے ہیں لیکن اگر شیشہ کی سطح پر چاندی چڑھی ہوئی ہو یا اگر یہ آئینہ سپیکولم (speculum) دھات (تانبے اور رانگ کی بھرت) کا بنا ہوا ہو تو خیال بہت زیادہ روشن ہوتے ہیں۔ باب ہٰذا کے سادہ نظریہ کے اطلاق کے لیے چاندی شیشہ کے سامنے کے رُخ پر چڑھی ہوئی ہونی چاہیے، کیونکہ اگر آئینہ شیشہ کی ایک ایسی پتلی تختی پر مشتمل ہو جس کی پچھلی سطح پر چاندی چڑھی ہوئی ہو تو نور کی شعاعیں پچھلی سطح پر منعکس ہونے سے پہلے اور نیز اس کے بعد سامنے کی سطح پر منعطف ہو جاتی ہیں۔

کروی آئینوں کو دو جماعتوں میں تقسیم کیا جاتا ہے: مقعر اور محدب۔ مقعر کروی آئینہ کی صورت میں نور اِس کی سطح پر اُسی جانب سے واقع ہوتی ہے جس جانب کہ اِس سطح کا مرکز انحنا (یعنی اُس کرہ کا مرکز جس کا کہ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

یہ سطح ایک حصّہ ہے) واقع ہوتا ہے۔ محدّب کروی آئینہ کی صورت میں نور اِس کی سطح پر مرکزِ انحنا کی مخالف سمت سے واقع ہوتی ہے۔ چنانچہ شیشہ اور ہوا کی درمیانی سطح کو ہم بلحاظ اِس امر کے کہ مبداءِ نور کس جانب واقع ہے یا تو مقعر سمجھ سکتے ہیں یا محدّب۔

جن ضابطوں سے آئینوں اور عدسوں کی مدد سے بننے والے خیالوں کے محل حاصل ہوتے ہیں، وہ جبری ہوتے ہیں۔ چنانچہ اگر کسی آئینہ کی وجہ سے بننے والے خیال کا محل اِس آئینہ سے فاصلہ خ پر واقع ہو اور ہم ضابطہ سے خ کی قیمت دریافت کرلیں تو جواب میں ہمیں +۱۰ سمر یا -۷ سمر جیسی کوئی قیمت حاصل ہوسکتی ہے۔ اب تک نور کی ابتدائی درسی کتابوں میں یہ طریقہ رائج رہا ہے کہ واقع نور کی مخالف سمت کو مثبت مان لیا جائے؛ چنانچہ خ = +۱۰ سمر کے معنے یہ ہیں کہ خیال آئینہ کی اُس جانب جس سے کہ نور آرہا ہے آئینہ سے ۱۰ سمر کے فاصلے پر واقع ہے؛ اور خ = -۷ سمر کے معنے یہ ہیں کہ خیال آئینہ کی دوسری جانب آئینہ سے ۷ سمر کے فاصلہ پر واقع ہے۔ برخلاف اِس کے ہندسۂ تحلیلی اور ترسیمات میں مثبت اعداد ہمیشہ دائیں جانب نلیے جاتے ہیں اور منفی اعداد بائیں جانب اور آج کل مدارس میں اتنے منفی مرتسم کرائے جاتے ہیں کہ یہ قرارداد طلباء کے بخوبی ذہن نشین ہوجاتی ہے۔ اِن دونوں قراردادوں میں بلحاظ اِس امر کے کہ نور صفحہ کی کس جانب سے آرہا ہے۔ یا تو مطابقت پائی جاتی ہے یا تضاد ہوتا ہے۔

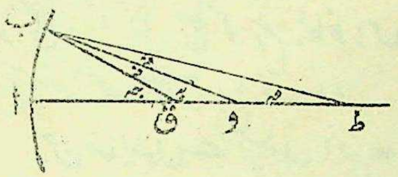
اِس ساری کتاب میں ہم ہندسۂ تحلیلی کی قرارداد اختیار کرینگے اور خ = -۷ سمر کے معنے یہ ہونگے کہ خیال آئینہ کی بائیں جانب ۷ سمر کے فاصلہ پر واقع ہے، خواہ نور کسی جانب سے کیوں نہ آئے۔ اِس امر کی کوئی وجہ نہیں ہے کہ کیوں کوئی متعلّم نور کا مطالعہ آغاز کرنے کے ساتھ ہی اپنا ہندسۂ تحلیلی بھول جائے بالخصوص جبکہ ایک قرارداد کو دوسری قرارداد پر کوئی فوقیت حاصل نہ ہو۔

فرض کرو کہ ا ب ایک مقعر کروی آئینہ کی تراش ہے، و اِس کا (۲۰)

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

مرکز انحنا ہے، اور ط نور کا ایک نقطۂ مبدا ہے۔ ط و کو ملا کر اس کو یہاں تک بڑھاؤ کہ یہ آئینہ کو نقطہ ا پر قطع کرے۔ پہلے ہم یہ فرض کرینگے کہ اط بڑا ہے او سے۔ اط سے ایک چھوٹا سا زاویہ ع بناتی ہوئی ایک شعاع کھینچو جو آئینہ سے نقطہ ب پر جا ملے۔ تب و ب، آئینہ کے



شکل ۱۷

اس چھوٹے سے ٹکڑے پر جو ب کے گرد واقع ہے عماد ہوگا۔ فرض کرو کہ ∠ط ب و = ف۔ یہ شعاع ب پر منعکس ہونے کے بعد عماد سے زاویہ ف بناتی ہوئی اط سے نقطہ ق پر آملتی ہے۔ ∠ب و ق کو ہ سے اور ∠ب ق ا کو ج سے تعبیر کرو اور فرض کرو کہ ا کے لحاظ سے نقاط ط، و اور ق کے محدد ش، ص اور خ ہیں۔

تب شکل سے ظاہر ہے کہ:

ہ = ف + ع اور ج = ف + ہ

اور اس لیے ع + ج = ۲ ہ۔ لیکن چونکہ ع، ہ اور ج چھوٹے زاویے ہیں اس لیے ہم لکھ سکتے ہیں:

$$\text{ع} = \frac{\text{اب}}{\text{ش}} \text{، } \text{ہ} = \frac{\text{اب}}{\text{ص}} \text{، } \text{ج} = \frac{\text{اب}}{\text{خ}}$$

پس مساوات بالا میں یہ قیمتیں درج کرکے اب پر تقسیم کر دینے سے ہمیں حاصل ہوگا:

$$\frac{1}{\text{ش}} + \frac{1}{\text{خ}} = \frac{2}{\text{ص}}$$

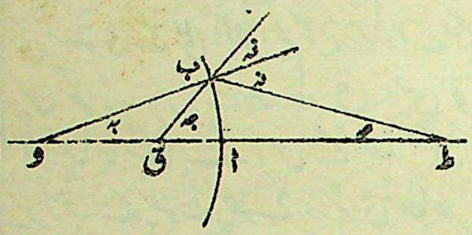
اگر نقطہ ط، و کی دوسری جانب واقع ہو اور منعکس شعاع اط سے ا کی داہنی جانب ہی آملے تو بھی ہم یہی طریقہ اختیار کر سکتے ہیں۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

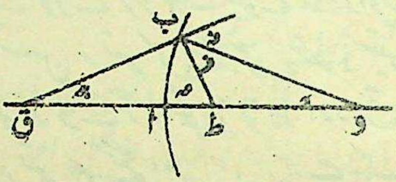
لیکن اگر ب ق، ا ط سے ا کی بائیں جانب آ لے (شکل ۲۶) تو زاویوں کے باہمی تعلقات حسب ذیل ہونگے :-

ھ = فہ + بہ ، ۲ فہ = ھ + جہ

جس سے ھ - جہ = ۲ بہ - لیکن اس صورت میں جہ = - اب/رخ اور اس لیے



شکل ۲۷



شکل ۲۶

آخری مساوات وہی ہوتی ہے جو اوپر حاصل ہوئی ہے۔

اگر آئینہ محدب ہو (شکل ۲۷) تو یہ مساواتیں حسب ذیل ہوتی ہیں :

جہ = بہ + فہ ، ۲ فہ = ھ + جہ

اور بنا بریں جہ - ھ = ۲ بہ - اس صورت میں ھ = اب/س، بہ = - اب/ص

اور جہ = - اب/رخ اور اس لیے ضابطہ کی شکل آخر کار پھر وہی ہوتی ہے۔

اشکال ۲۶ اور ۲۷ میں یہ امر غور طلب ہے کہ نقطہ ق میں سے منعکس شعاع خود نہیں گزرتی بلکہ پیچھے کی طرف بڑھائے جانے پر محض اس کی سمت گزرتی ہے۔

اس لیے وہ شعاعیں جو نقطہ ط سے متبع ہوتی اور ط کو آئینہ کے (۲۱)

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

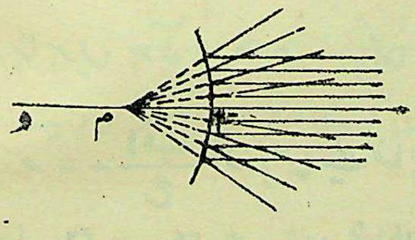
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

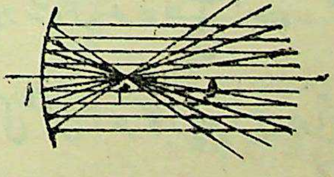
مرکز انحنا سے ملانے والے خطِ مستقیم کے ساتھ ایک چھوٹا سا زاویہ بناتی ہیں، آئینہ پر منعکس ہونے کے بعد یا تو ایک دوسرے نقطہ ق کی طرف مستدق ہوتی رہیں یا اِس سے متسع ہوتی نظر آتی ہیں۔ بالفاظِ دیگر یہ آئینہ نقطہ ط کا خیال ق پر بناتا ہے۔

اشکال ۲۵، ۲۶ اور ۲۷ میں سے ہر ایک میں آئینہ کو اور بنا بریں نقطہ و کو اپنی جگہ قایم رکھ کر خط ط و کو نقطہ و میں سے شکل کی مستوی کے علی القوایم گزرنے والے ایک محور کے گرد ایک چھوٹے سے زاویہ میں گھماؤ۔ اِس سے ط اور ق ایسی قوسین مرتسم کرینگے جن کو خطوطِ مستقیم مان لیا جا سکتا ہے۔ اِس کے بعد شکل کو ط و کے گرد گھماؤ تو ط اور ق پر رقبہ کے چھوٹے چھوٹے دائری عناصر مرتسم ہونگے اور اِن میں سے ایک عنصر دوسرے کا خیال ہوگا۔

کروی آئینوں کا کنارہ عام طور پر دائری ہوتا ہے اور وہ خطِ مستقیم جو مرکزِ انحناء سے اِس دائری کنارہ کے مستوی پر عمود وار گرایا جاتا ہے آئینہ کا محور کہلاتا ہے۔ گویا ہم نے یہ ثابت کیا ہے کہ کروی آئینہ ایک چھوٹی سی مستوی شکل کا جو اِس آئینہ کے محور پر اور اس کے علی القوایم واقع ہو، ہمیشہ ایک خیال بناتا ہے۔



شکل ۲۹



شکل ۲۸

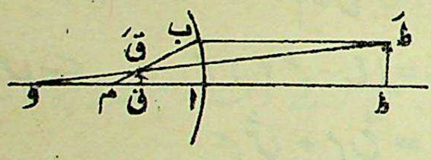
اگر شخص لا متناہی پر ہو تو $\frac{1}{ش}$ صفر ہوتا ہے اور رخ مساوی ہو جاتا

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

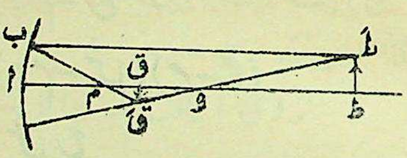
Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ہے $\frac{ص}{۲}$ کے۔ ایسی صورت میں تمام واقع شعاعیں متوازی ہوتی ہیں اور انعکاس کے بعد یہ ایک ایسے نقطہ م کی طرف جو ا اور و کے ٹھیک درمیان ہوتا ہے یا تو مستدق ہوتی ہیں یا اِس نقطہ سے منتشر ہوتی معلوم ہوتی ہیں۔ اِس نقطہ م کو کروی آئینہ کا صدر ماسکہ یا صرف ماسکہ کہتے ہیں اور طول ا م اِس کا ماسکی طول کہلاتا ہے جس کو عام طور پر 'م' سے تعبیر کیا جاتا ہے۔

اگر ماسکہ کی خاصیت اور یہ امر کہ کروی آئینہ خیال بناتا ہے، مان لیا جائے تو خیال کا محل اور اِس کی جسامت حسب ذیل ترسیمی عمل سے بآسانی معلوم کر لی جا سکتی ہے: فرض کرو کہ ظ پر ایک شخص واقع ہے (اشکال ۳۰، ۳۱) جس کا صرف نصف حصہ ظ ظَ ہے۔ نقطہ ظَ سے



شکل ۳۱



شکل ۳۰

مرکز انحنا و میں سے گزرتی ہوئی ایک شعاع کھینچو۔ یہ چونکہ آئینہ پر عاداً واقع ہوتی ہے اِس لیے انعکاس کے بعد اپنے اصلی راستہ پر واپس لوٹ آتی ہے۔ ایک اور شعاع ظَ ب محور کے متوازی کھینچو۔ یہ انعکاس کے بعد یا تو ماسکہ میں سے واقعۃً گزریگی یا اس سے گزرتی ہوئی معلوم ہوگی (۲۲)
اِس لیے نقطہ قَ جہاں ب م، ظَ و کو قطع کرتا ہے ظَ کا خیال ہوگا اور بنا بریں اِس سے محور پر کھینچا ہوا عمود قَ ق، خیال ہوگا ظَ ظ کا۔ چونکہ ا ب مرکز انحنا کے مقابلہ میں چھوٹا ہے (شکل میں محض

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

وضاحت کی خاطر اس کو بڑا دکھلایا گیا ہے) اس لیے اس کو مستقیم اور اط کے علی القوایم مان لیا جا سکتا ہے۔ بنا بریں اب = طط' اور

اس لیے $\frac{\text{اب}}{\text{قق'}} = \frac{\text{طط'}}{\text{قق'}}$ ۔ یعنی مثلثات اب م اور ق ق' م اور نیز مثلثات ق ق' و اور ط ط' و مشابہ ہیں۔ پس :

$$\frac{\text{اب}}{\text{قق'}} = \frac{\text{ام}}{\text{قم}} \quad \text{اور} \quad \frac{\text{طط'}}{\text{قق'}} = \frac{\text{طو}}{\text{قو}}$$

لیکن ان دونوں مساواتوں کی داہنی جانبیں پہلے سے مساوی ہیں۔ اس لیے :

$$\frac{\text{ام}}{\text{قم}} = \frac{\text{طو}}{\text{قو}}$$

یا

$$\frac{\text{م}}{\text{م} - \text{خ}} = \frac{\text{۲م} - \text{ش}}{\text{۲م} - \text{خ}}$$

جس سے

$$\text{م}(\text{۲م} - \text{خ}) = (\text{۲م} - \text{ش})(\text{م} - \text{خ})$$

یا

$$\text{م ش} + \text{م خ} = \text{ش خ}$$

اور ش خ م سے تقسیم کر دینے پر :

$$\frac{1}{\text{ش}} + \frac{1}{\text{خ}} = \frac{1}{\text{م}} = \frac{2}{\text{ص}}$$

یہ مساوات وہی ہے جو پہلے حاصل ہو چکی ہے۔

اشکال ۳۰ اور ۳۱ سے خیال اور شخص کی اضافی جسامتیں بھی حاصل کی جا سکتی ہیں۔ کیونکہ

$$\frac{\text{قق'}}{\text{طط'}} = \frac{\text{قو}}{\text{طو}} = \frac{\text{ص} - \text{خ}}{-(\text{ش} - \text{ص})} = \frac{\text{خ}\left(\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ص}}\right)}{-\text{ش}\left(\frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{ش}}\right)}$$

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

لیکن چونکہ

$$\frac{1}{\text{ق}} + \frac{1}{\text{خ}} = \frac{2}{\text{ص}}$$

اِس لیے

$$\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{ش}}$$

اور

$$\frac{\text{ق قَ}}{\text{ط طَ}} = -\frac{\text{خ}}{\text{ش}}$$

نسبت $\frac{\text{ق قَ}}{\text{ط طَ}}$ کو خطی تکبیر کہتے ہیں - اِس کی منفی علامت کے معنے یہ ہیں کہ اگر ش اور خ دونوں کی علامت ایک ہی ہو تو ق قَ اور ط طَ محور سے مختلف سمتوں میں کھینچے گئے ہیں یعنی یہ کہ خیال اُلٹا ہے۔ بہر حال علامتوں سے قطع نظر کرتے ہوئے مساوات بالا کو قاعدہ ذیل کے الفاظ میں بیان کیا جاسکتا ہے : خیال اور شخص کے خطی ابعاد کے مابین وہی نسبت پائی جاتی ہے جو آئینہ سے ان کے فاصلوں کے مابین۔

کروی آئینوں پر سوالات حل کرتے وقت بہتر ہوگا کہ صرف مساوات

$$\frac{1}{\text{م}} = \frac{2}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{خ}} + \frac{1}{\text{ش}}$$

ہی پر اعتبار نہ کیا جائے بلکہ نتائج کی تصدیق ترسیمی عمل سے کر لی جائے ورنہ علامت کی غلطیوں کا بڑا احتمال ہوتا ہے۔

(۲۳) جیسے جیسے کسی شخص کا محل بدلتا جائے ویسے ویسے ایک کروی آئینہ سے بننے والے خیال کے محل اور اس کی نوعیت میں تبدیلی ترسیمی عمل سے بآسانی معلوم کر لی جاسکتی ہے۔ چنانچہ شخص کے مختلف محلوں کے مماثل اِس کے خیال کے محل اور اس کی نوعیتیں جدول ذیل میں بتلائی گئی ہیں :

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

مقعر آئینہ

شخص کا محل	خیال کا محل	خیال کی نوعیت
لاتناہی پر	ماسکہ پر	حقیقی
∞ اور و کے درمیان	م اور و کے درمیان	حقیقی، معکوس، مُکسّر
و پر	و پر	حقیقی، معکوس، اُسی قامت کا
و اور م کے درمیان	و اور ∞ کے درمیان	حقیقی، معکوس، مُکبّر
م پر	لاتناہی پر	
م اور آئینہ کے درمیان	آئینہ کے پیچھے لاتناہی فاصلے سے آئینہ تک	مجازی، سیدھا، مُکبّر
آئینہ پر	آئینہ پر	مجازی، سیدھا، اُسی قامت کا

محدب آئینہ

شخص کا محل	خیال کا محل	خیال کی نوعیت
لاتناہی پر	ماسکہ پر	مجازی
لاتناہی اور آئینہ کے درمیان	م اور آئینہ کے درمیان	مجازی، سیدھا، مُکسّر
آئینہ پر	آئینہ پر	مجازی، سیدھا، اُسی قامت کا

ایک میٹر نصف قطر انحنا والے ایک بڑے مقعر آئینہ کی مدد سے ایک دلچسپ مناظری فریب ترتیب دیا جا سکتا ہے جو "طلسمی گلدستہ"* کے نام سے موسوم ہے۔ کسی جزواً تاریک کمرہ میں اِس آئینہ کے سامنے ایک گلدستہ ایسے

* Phantom Bouquet

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

عکس پر رکھ دیا جاتا ہے کہ اِس سے ایک حقیقی اور مکبّر خیال پیدا ہو۔ اِس گلدستہ کو اُلٹا لٹکایا جاتا ہے تاکہ اِس کا خیال سیدھا بنے۔ آئینہ اور گلدستہ کو ایک بڑے صندوق میں بند کرکے گلدستہ پر برقی قمقموں کی مدد سے تیز روشنی ڈالی جاتی ہے۔ یہ قمقمے صندوق کے اندر اس طرح ترتیب دیئے ہوتے ہیں کہ یہ باہر سے دکھائی نہیں دیتے۔ گلدستہ پر واقع ہونے والی شعاعیں آئینہ پر منعکس ہوکر صندوق کے ایک پہلو میں بنے ہوئے بڑے سے سوراخ میں سے باہر آتی ہیں اور اس کے سامنے ایک حقیقی خیال بناتی ہیں۔ اِسی خیال کے نیچے ایک خالی گلدان رکھ دیا جاتا ہے۔ اگر کوئی مشاہد اِس گلدان کی طرف ایسی سمت میں دیکھے کہ اِس کی رویت کی سمت آئینہ سے جا ملے تو اِس کو گلدان میں گلدستہ رکھا ہوا معلوم ہوگا لیکن اگر وہ اس کی طرف بازو سے دیکھے تو گلدان خالی نظر آئیگا۔

اِسی قسم کا ایک اور مناظری فریب گزشتہ چار سال کے دوران میں مختلف مقامات پر دکھایا جاتا رہا ہے ؛ اس میں تقریباً ۹ انچ کی قامت والی انسانی شکلیں ناچتی ہوئی دکھائی دیتی ہیں۔ اس فریب کی نمائش کے لیے بھی حسب سابق ایک تاریک کمرہ درکار ہوتا ہے۔ یہ شکلیں بلاشبہ حقیقی انسانوں کے مکسّر خیال ہوتی ہیں اور اِن کے پست قد کی وجہ صرف یہ ہے کہ مقعر آئینہ سے شخصوں کی بہ نسبت خیال بہت قریب تر ہوتے ہیں۔ اِس مقعر آئینہ کا محور ناظرین کے خط رویت کے علی القوایم ہوتا ہے اور شعاعیں اِن کی طرف مستوی آئینوں کے ایک اجتماع کی مدد سے موڑ دی جاتی ہیں جو ان خیالوں کو اُلٹ بھی دیتا ہے۔ اِس اجتماع کی تفصیلات متعلّم کے لیے ایک مشق کے طور پر چھوڑ دی گئی ہیں۔

"غول پِپّر"[۵] نامی مناظری فریب کے لیے شیشہ کی ایک بہت بڑی مستوی تختی درکار ہوتی ہے جس کو انتصاباً اور ناظرین کے خط رویت کے ساتھ ۴۵° کے زاویہ پر ترتیب دیا جاتا ہے۔ اس لیے ناظرین بیک وقت دو منظر دیکھتے ہیں : ایک پس منظر جو شیشہ کی تختی میں سے گزر کر آنے والی شعاعوں کی وجہ سے راست دکھائی دیتا ہے ، اور دوسرے وہ اشخاص جو اسٹیج کے

۵- Pepper's ghost

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

بغل میں ہوتے ہیں اور جو شیشہ کی تختی سے ۹۰° کے زاویہ میں منعکس شدہ شعاعوں کی مدد سے دکھائی دیتے ہیں۔ یہ پس منظر عموماً کسی قدر مدھم ہوتا ہے اور پہلے پہل وہ اداکار جس کو کہ غول کا پارٹ ادا کرنا ہوتا ہے اسٹیج کے بازو تاریکی میں رکھا جاتا ہے۔ یہ اسٹیج کے بغل میں اتنی دور رہتا ہے کہ ناظرین اِس کو راست نہیں دیکھ سکتے۔ جب اِس کے "نمودار" ہونے کا وقت آتا ہے تو اِس پر تیز روشنی ڈالی جاتی ہے اور اِس کا خیال منعکس روشنی کی مدد سے پس منظر کے اوپر فوراً منطبق نظر آتا ہے۔ یہ خیال بلاشبہ شفاف ہوتا ہے۔ چنانچہ پس منظر کے روشن حصے اِس خیال میں سے دکھائی دیتے ہیں۔ "کینے پلاسٹیکان[1]" نامی مناظری فریب بھی "غول پِپّر" ہی کی ایک بدل ہے اس میں اسٹیج کے بازو (۲۴) زندہ اداکار کی بجائے ایک پردہ ہوتا ہے جس پر سینما مشین کی مدد سے کسی اداکار کی تصویر ڈالی جاتی ہے۔

انعطاف کروی سطح پر:— فرض کرو کہ دو شفاف واسطوں کی مشترک سرحد کروی تشکل کی ہے اور یہ کہ پہلے واسطہ کے ایک منوّر نقطہ ط سے خارج ہونے والی شعاعیں اِس کروی سرحد پر منعطف ہوتی ہیں۔ ہم پہلے واسطہ کو ہوا اور دوسرے واسطہ کو شیشہ خیال کر سکتے ہیں اگرچہ کہ عمومیت کی خاطر ہم پہلے واسطہ کے انعطاف نما کو مہ سے اور دوسرے واسطہ کے انعطاف نما کو مہ٫ سے تعبیر کرینگے اور مان لینگے کہ مہ٫ بڑا ہے مہ سے۔

کروی آئینوں کی صورت کی طرح یہ انعطاف انگیز سطح نقطہ ط کے لحاظ سے یا تو مقعر ہو سکتی ہے یا محدّب۔ ہم پہلے اُس صورت پر غور کرینگے جبکہ یہ مقعر ہو۔ (شکل ۳۲)

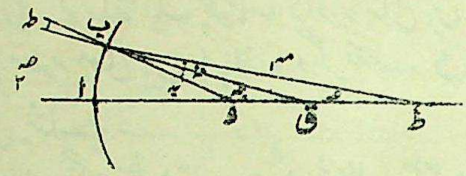
نقطہ ط کو اِس سطح کے مرکز انحنا و سے ملاؤ اور فرض کرو کہ ط و سطح زیر غور سے ا پر آملتا ہے۔ فرض کرو کہ ط ب کوئی شعاع ہے جو ط و کے ساتھ ایک چھوٹا سا زاویہ ھ بناتی ہے اور سطح سے نقطہ

[1] Kineplastikon

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ب پہ جاتی ہے۔ و ب اِس سطح کا عماد ہوگا نقطہ ب پر۔ شعاع ط ب



شکل ۳۲

انعطاف کے بعد نقطہ ق سے آتی ہوئی معلوم ہوگی۔ فرض کرو کہ ∠ و ب ط = فہ اور ∠ و ب ق = طہ۔ بنابریں انعطاف کے کلیّہ کی رو سے مہ$_1$ جیب فہ = مہ$_2$ جیب طہ چونکہ زاویہ عہ چھوٹا ہے اس لیے زاویے فہ اور طہ بھی چھوٹے ہونے چاہئیں۔ پس یہ مساوات ذیل کی شکل میں لکھی جاسکیگی:

مہ$_1$ فہ = مہ$_2$ طہ .... (۲)

فرض کرو کہ ∠ ا ق ب = جہ اور ∠ ا و ب = بہ۔ بنابریں:

طہ = بہ − جہ ، فہ = بہ − عہ

اور مساوات (۲) میں یہ قیمتیں درج کرنے پر ہمیں حاصل ہوگا:

مہ$_1$ (بہ − عہ) = مہ$_2$ (بہ − جہ) یا مہ$_2$ جہ − مہ$_1$ عہ = بہ (مہ$_2$ − مہ$_1$) .... (۳)

اب فرض کرو کہ ا ظ = ش، ا ق = خ اور ا و = ص جہاں ش، خ اور ص تمام کو ا کے دائیں جانب مثبت ناپے گئے ہیں۔ بنابریں ہم لکھ سکتے ہیں:

عہ = $\frac{\text{اب}}{\text{ش}}$ ، جہ = $\frac{\text{اب}}{\text{خ}}$ اور بہ = $\frac{\text{اب}}{\text{ص}}$

مساوات (۳) میں یہ قیمتیں درج کرکے مشترک جز ضربی سے تقسیم کردینے پر ہمیں حاصل ہوگا:

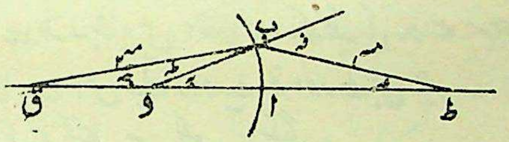
$\frac{\text{مہ}_2}{\text{خ}} - \frac{\text{مہ}_1}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}_2 - \text{مہ}_1}{\text{ص}}$ .... (۴)

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اگر نقطہ ط، و کی دوسری جانب واقع ہو تو فہ = عہ - بہ اور طہ = جہ - بہ لیکن باقی سارا ثبوت وہی ہوگا۔ پس وہ تمام شعاعیں جو ط سے منبع ہوتی اور اط کے ساتھ ایک چھوٹا سا زاویہ بناتی ہیں انعطاف کے بعد ق سے آتی ہوئی معلوم ہوتی ہیں یا بالفاظ دیگر نقطہ ق پر نقطہ ط کا ایک مجازی خیال بنتا ہے۔

(۴۵) اگر انعطاف انگیز سطح محدب ہو (اشکال ۳۳ و ۳۴) تو بلحاظ اس کے کہ ب ق نقطہ ا کی بائیں یا دائیں جانب ملے دو صورتیں پیش آتی ہیں:



شکل ۳۳

چنانچہ اگر ہم پہلی صورت پر غور کریں (شکل ۳۳) تو فہ = عہ + بہ، طہ = بہ - جہ اور بنا بریں:

مہ جہ + مہ عہ = بہ (مہ۲ - مہ)

چونکہ عہ = اب/ش ، جہ = - اب/خ اور بہ = - اب/ص ، اس لیے مساوات بالا مساوات (۴) میں تحویل ہو جاتی ہے۔ اس صورت میں خیال حقیقی ہوتا ہے۔

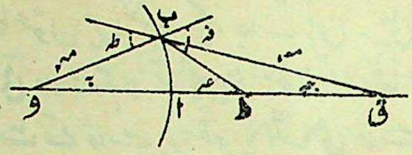
اگر ہم دوسری صورت پر غور کریں (شکل ۳۴) تو فہ = عہ + بہ، طہ = بہ + جہ اور اس لیے:

مہ۲ جہ - مہ عہ = بہ (مہ - مہ۲)

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اِس صورت میں عہ = اب/ش ، جہ = اب/خ ، اور بہ = اب/ص اور



شکل ۳۴

اِس لیے آخری مساوات پھر بھی وہی ہوتی ہے۔ اِس صورت میں خیال مجازی ہوتا ہے۔

اگر اشکال ۳۲ ، ۳۳ اور ۳۴ میں انعطاف انگیز سطح اور بنا بریں نقطہ ف کو قایم رکھ کر ظ ف کو ف میں سے کاغذ کے مستوی کے علی القوایم گزرنے والے ایک محور کے گرد ایک چھوٹے سے زاویہ میں گھمایا جائے تو ظ اور ق دو چھوٹی چھوٹی قوسیں مرتسم کرینگے جن کو خطوطِ مستقیم مان لیا جا سکتا ہے۔ اِس کے بعد اگر ان اشکال کو اظ کے گرد گھمایا جائے تو یہ خطوط چھوٹے چھوٹے رقبے مرتسم کرینگے اور ایک رقبہ پر کا ہر ایک نقطہ دوسرے رقبہ پر کے ایک نقطہ کا خیال ہوگا۔ پس ایک کروی سطح پر انعطاف کی وجہ سے اس سطح کے محور پر کے ایسے چھوٹے چھوٹے رقبوں کے خیال حاصل ہوتے ہیں جو کہ اِس محور پر عمود وار ہوں۔

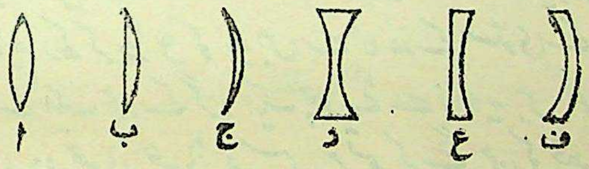
انعطاف عدسہ میں سے :— عدسہ سے مراد کسی انعطاف انگیز واسطہ کا ایک ایسا حصّہ ہے جو یا تو دو کروی سطحوں سے گھِرا ہوا ہو یا ایک کروی سطح اور ایک مستوی سطح سے۔ اِن سطحوں کے

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

انحنائی مرکزوں کو ملانے والا خط مستقیم عدسہ کا محور کہلاتا ہے، یا اگر اِن سطحوں میں سے ایک مستوی ہو تو محور وہ خط مستقیم ہے جو دوسری سطح کے مرکز انحنا سے اس مستوی سطح پر عموداً کھینچا جائے۔ اِس محور میں سے گزرنے والا مستوی عدسہ کی صدر تراشش کہلاتا ہے۔

عدسے دو جماعتوں میں تقسیم کیے جاتے ہیں۔ پہلی جماعت کے عدسے جو محدب یا استدقاقی عدسے کہلاتے ہیں، متوازی شعاعوں کو مستدق کر دیتے ہیں۔ دوسری جماعت کے عدسے جو مقعر یا اتساعی عدسے کہلاتے ہیں متوازی شعاعوں کو متسع کر دیتے ہیں۔ شکل ۳۵ میں بعض منتخب عدسوں کی صدر تراششیں
(۲۶) دکھلائی گئی ہیں۔ اِن میں سے ا، ب اور ج محدب عدسے ہیں اور د، ع اور ف مقعر عدسے۔ ا دوہرا یا دوئیلا محدب عدسہ کہلاتا ہے، ب مستوی محدب عدسہ، اور ج ایک محدب ہلالی عدسہ۔ اِسی طرح د



شکل ۳۵

ایک دوہرا یا دوئیلا مقعر عدسہ کہلاتا ہے، ع ایک مستوی مقعر عدسہ، اور ف ایک مقعر ہلالی عدسہ۔ بعض اوقات ج اور ف بلا کسی واضح امتیاز کے محدب مقعر اور مقعر محدب عدسے بھی کہلاتے ہیں۔

اگر ایک محدب عدسہ کسی ایسے واسطہ میں رکھا جائے جس کا انعطاف نما اُس شیشہ کے انعطاف نما سے جس کا یہ عدسہ بنا ہوا ہے بڑا ہو تو یہ عدسہ ایک مقعر عدسہ کی طرح عمل کرتا ہے۔

فرض کرو کہ ایک عدسہ ایک ایسے واسطہ میں رکھا ہے جس کے

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

لحاظ سے عدسہ کے مادہ کا انعطاف نما مہ ہے - نیز فرض کرو کہ اِس کے محور پر ایک منوّر نقطہ ظ واقع ہے جس کا فاصلہ عدسہ کی پہلی سطح سے ش ہے - فرض کرو کہ اِس کی دونوں سطحوں کے انحنائی مرکزوں کے فاصلے اپنی اپنی سطح سے بالترتیب ص۱ اور ص۲ ہیں اور عدسہ کی دبازت محور کی سیدھ میں د ہے -

پہلی سطح پر انعطاف کی وجہ سے ظ کا ایک خیال بنتا ہے - فرض کرو کہ عدسہ کی پہلی سطح سے اس کا فاصلہ ف ہے - تب مساوات (۴) سے :

$$\frac{\text{مہ}}{\text{ف}} - \frac{1}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ} - 1}{\text{ص}_1} \quad \text{......(۵)}$$

یہ خیال عدسہ کی دوسری سطح سے فاصلہ ف + د پر واقع ہوگا اور اِس دوسری سطح پر انعطاف کی وجہ سے پہلے خیال کا پھر ایک خیال بنیگا - فرض کرو کہ اِس دوسرے خیال کا فاصلہ دوسری سطح سے خ ہے - تب مساوات (۴) کا دوبارہ اطلاق کرنے پر :

$$\frac{1}{\text{خ}} - \frac{\text{مہ}}{\text{ف} + \text{د}} = \frac{1 - \text{مہ}}{\text{ص}_2} \quad \text{......(۶)}$$

اب فرض کرو کہ عدسہ پتلا ہے اور د کو ف کے مقابلہ میں نظرانداز کر دیا جا سکتا ہے - بنا بریں مساوات (۶) ہو جائیگا :

$$\frac{1}{\text{خ}} - \frac{\text{مہ}}{\text{ف}} = \frac{1 - \text{مہ}}{\text{ص}_2} \quad \text{......(۷)}$$

مساواتوں (۵) اور (۷) کے طرفین کو جمع کرنے پر ہمیں بالآخر حاصل ہوگا:

$$\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ش}} = (\text{مہ} - 1)\left(\frac{1}{\text{ص}_1} - \frac{1}{\text{ص}_2}\right) \quad \text{......(۸)}$$

یہی وہ اساسی مساوات ہے جس سے ایک پتلے عدسہ کی وجہ سے بننے والے خیال کا محل حاصل ہوتا ہے -

اگر شخص عدسہ سے لاتناہی فاصلہ پر واقع ہو تو واقع شعاعیں

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

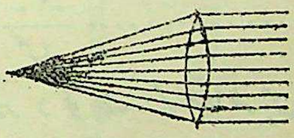
متوازی ہوتی ہیں، تب $\frac{1}{\text{ش}} = 0$ اور خ

$$= \frac{1}{(\text{مہ}-1)\left(\frac{1}{\text{ص}_1}-\frac{1}{\text{ص}_2}\right)} \qquad (۲۷)$$

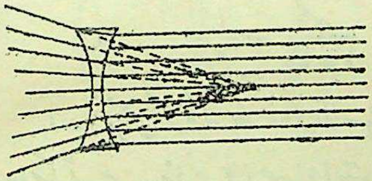
اس مقدار کو عدسہ کا ماسکی طول کہتے ہیں جس کو عام طور پر م سے تعبیر کیا جاتا ہے۔ اگر مساوات (۸) کی بائیں جانب م کو درج کیا جائے تو پتلے عدسہ کی اساسی مساوات حسبِ ذیل ہو جاتی ہے:

$$\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ش}} = \frac{1}{\text{م}}$$

اگر عدسہ محدب ہو تو لا متناہی پر کے ایک شخص کا خیال عدسہ کی دوسری جانب واقع ہوتا ہے اور حقیقی ہوتا ہے (شکل ۳۶)۔ اگر عدسہ مقعر ہو تو



شکل ۳۶



شکل ۳۷

خیال عدسہ کی اُسی جانب واقع ہوتا ہے جس جانب سے کہ واقع شعاعیں آتی ہیں اور یہ خیال مجازی ہوتا ہے۔ (شکل ۳۷)

مساوات:

$$\frac{1}{\text{م}} = (\text{مہ}-1)\left(\frac{1}{\text{ص}_1}-\frac{1}{\text{ص}_2}\right)$$

سے م کی قیمت معلوم کرتے وقت ص_1 اور ص_2 کی علامتوں کا لحاظ از بس

ضروری ہے۔ اگر عدسہ دوہرا محدّب یا دوہرا مقعر ہو تو اِس کی دونوں سطحوں کے مرکز انحنا عدسہ کی مخالف جانب واقع ہونگے اور بنا بریں $ص_{۱}$ اور $ص_{۲}$ کی علامتیں ایک دوسرے کی مخالف ہونگی۔ اِس امر کا انحصار کہ کونسی سطح مثبت ہے اور کونسی منفی ہے ایک تو اِس بات پر ہوتا ہے کہ آیا یہ عدسہ دوہرا محدّب ہے یا دوہرا مقعر اور نیز اِس بات پر بھی کہ عدسہ کی کونسی سطح صفحہ کے دائیں جانب واقع ہے، لیکن ہر صورت میں عددی قیمتیں درج کر دینے کے بعد دوسری قوس کے اندر کی دونوں رقمیں ایک ہی علامت کی ہونی چاہئیں۔ اگر عدسہ مقعر محدّب یا محدّب مقعر ہو تو $ص_{۱}$ اور $ص_{۲}$ کی علامتیں ایک ہی ہونگی اور عددی قیمتیں درج کر دینے کے بعد دوسری قوس کے اندر کی دونوں رقموں کی علامتیں مختلف ہوتی ہیں؛ یہ دونوں منحنی سطحیں ایک دوسرے کے اثر کی جزاً تعدیل کر دیتی ہیں۔ اگر عدسہ مستوی محدّب یا مستوی مقعر ہو تو $ص_{۱}$ یا $ص_{۲}$ لا متناہی ہو جاتا ہے۔

عدسہ کا مناظری مرکز:۔ اگر ایک شعاع کسی عدسہ میں سے منحرف ہوئے بغیر گزرے یعنی اگر اِس شعاع کی سمت عدسے میں سے خارج ہونے کے بعد متوازی ہو اِس کی اُس سمت کے جو وقوع سے پہلے پائی جائے تو عدسہ اِس شعاع پر محض متوازی پہلوؤں والی ایک سِلّی کی طرح عمل کرنا چاہیے اور نقاط وقوع اور خروج پر کے مماسی مستوی باہم متوازی ہونے چاہئیں۔

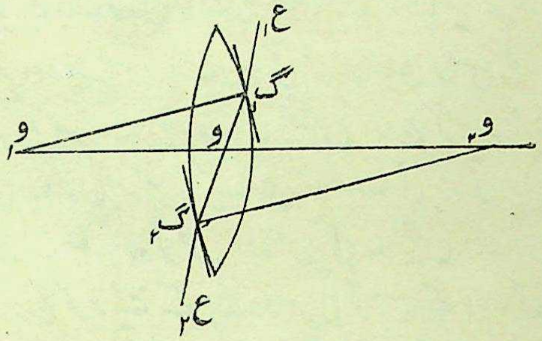
فرض کرو کہ ع $گ_{۱}$ $گ_{۲}$ ع ایسی ایک غیر منحرف شعاع ہے۔ چنانچہ نصف قطر $و_{۱}گ_{۱}$ اور $و_{۲}گ_{۲}$ جو مماسی مستویوں پر عمود وار ہوتے ہیں باہم متوازی ہونے چاہییں۔ فرض کرو کہ $گ_{۱}$ $گ_{۲}$ عدسہ کے محور کو و پر قطع کرتا ہے۔

مثلثات و $و_{۱}گ_{۱}$ اور و $و_{۲}گ_{۲}$ مشابہ ہیں کیونکہ $د گ_{۱} و_{۱}$ و $= د گ_{۲} و_{۲}$ و (کیونکہ $و_{۱}گ_{۱}$ متوازی ہے $و_{۲}گ_{۲}$ کے) اور (۲۸)

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

∠ و و۱ گ۱ = ∠ و و۲ گ۲ - پس و۱ و : و و۲ :: و۱ گ۱ : و۲ گ۲

یا بالفاظ دیگر دونوں سطحوں کے مرکزوں کا درمیانی فاصلہ اِن کے نصف قطروں



شکل ۳۸

کی نسبت میں منقسم ہو جاتا ہے اور و ایک ثابت نقطہ ہوتا ہے۔ اِس لیے وہ تمام شعاعیں جو اِس عدسہ کی وجہ سے منحرف نہیں ہوتیں اِس کے محور پر کے ایک ثابت نقطہ میں سے گزرتی ہیں۔ یہ نقطہ عدسہ کا مناظری مرکز کہلاتا ہے۔

بالعکس اِس کے، اگر کوئی شعاع مناظری مرکز میں سے گزرے تو یہ منحرف نہیں ہوتی کیونکہ اگر نقاط وقوع اور خروج سے نصف قطر کھینچے جائیں تو یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ یہ باہم متوازی ہوتے ہیں۔

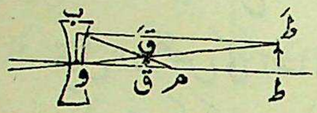
شکل ۳۸ میں وضاحت کی خاطر مبالغہ سے کام لیا گیا ہے۔ ع گ۱ جیسی مائل وضع میں واقع ہونے والی شعاعوں پر غور کرنے کی ضرورت کبھی پیش نہ آئیگی۔ جب عدسہ پتلا ہو تو ہم مناظری مرکز کو اور اُن دونوں نقطوں کو جن پر عدسہ کا محور اِس کی سطحوں کو قطع کرتا ہے۔ باہم منطبق خیال کر سکتے ہیں۔

خیال کے محل کی ترسیمی تعین :- اگر عدسہ کے ماسکہ

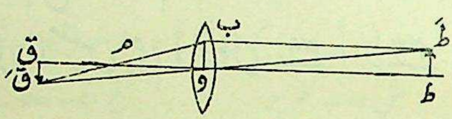
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اور مناظری مرکز کے خواص مان لیے جائیں تو خیال کا محل ترسیمی طریقہ سے بآسانی معلوم کر لیا جا سکتا ہے۔ چنانچہ فرض کرو کہ ط طَ شخص کے نصف حصہ کو تعبیر کرتا ہے۔ طَ سے ایک شعاع محور کے متوازی کھینچو جو عدسہ سے نقطہ ب پر آملے۔ عدسہ کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد یہ شعاع یا تو فی الحقیقت نقطہ م میں سے گزریگی (شکل ۳۹) یا نقطہ م میں سے گزرتی ہوئی معلوم ہوگی (شکل ۴۰)۔ طَ سے ایک اور شعاع کھینچو



شکل ۴۰



شکل ۳۹

جو عدسہ کے مناظری مرکز و میں سے گزرتی ہے۔ یہ بغیر انحراف کے گزر جائیگی۔ وہ نقطہ جہاں یہ دونوں شعاعیں ایک دوسرے کو قطع کرتی ہیں یعنی قَ، خیال ہوگا طَ کا اور محور پر کا عمود قَ ق خیال ہوگا طَ ط کا۔

تیلے عدسہ کے لیے اساسی مساوات اشکال ۳۹ اور ۴۰ سے بآسانی اخذ کی جا سکتی ہے۔ چنانچہ و ب = ط طَ اور بنا بریں

و ب / ق قَ = ط طَ / ق قَ ۔ مثلثات م ق قَ اور م و ب اور نیز مثلثات و ق قَ اور و ط طَ باہم مشابہ ہیں۔ پس

و ب / ق قَ = و م / ق م اور ط طَ / ق قَ = ط و / ق و

لیکن اِن دونوں مساواتوں کی داہنی جانبین پہلے ہی سے مساوی (۲۹)

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ہیں ۔ پس

$$\frac{\text{وم}}{\text{قم}} = \frac{\text{طو}}{\text{قو}} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{م}}{\text{م} - \text{خ}} = \frac{-\text{ش}}{-\text{خ}}$$

جس سے خ م = ش م ۔ ش خ اور اِس ساری مساوات کو ش خ م سے تقسیم کر دینے پر :

$$\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ش}} = \frac{1}{\text{م}}$$

خیال اور شخص کی اضافی قامتیں بھی اشکال ۳۹ اور ۴۰ سے حاصل ہو جاتی ہیں کیونکہ :

$$\frac{\text{ققَ}}{\text{ططَ}} = \frac{\text{وق}}{\text{وط}} = \frac{\text{خ}}{\text{ش}}$$

یعنی خیال اور شخص کے خطی ابعاد میں وہی نسبت پائی جاتی ہے جو عدسہ سے اِن کے فاصلوں میں ۔

عدسوں کے متعلق عددی سوالات حل کرتے وقت بہتر ہوگا کہ صرف مساوات

$$\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ش}} = \frac{1}{\text{م}}$$

ہی پر اعتبار نہ کیا جائے بلکہ ترسیمی عمل سے بھی نتیجہ کی تصدیق کر لی جائے ۔

جیسے جیسے شخص کا محل بدلتا جاتا ہے ویسے ویسے ایک عدسہ سے بننے والے خیال کا محل اور اُس کی نوعیت میں تبدیلی ترسیمی عمل سے بآسانی معلوم کر لی جاسکتی ہے ۔ یہ نتائج ذیل کی جدولوں میں درج ہیں :-

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

محدّب عدسہ

شخص کا محل	خیال کا محل	خیال کی نوعیّت
لا تناہی پر	ماسکہ پر	حقیقی
∞ اور ش = - ۲ م کے درمیان	خ = م اور خ = ۲ م کے درمیان	حقیقی، معکوس، مکستر
ش = -۲م پر	خ = ۲ م پر	حقیقی، معکوس، اُسی قامت کا
ش = -۲م اور ش = -م کے درمیان	خ = ۲م اور خ = -∞ کے درمیان	حقیقی، معکوس، مکبّر
ش = - م پر	خ = -∞ پر	
ش = -م اور عدسہ کے درمیان	خ = +∞ اور عدسہ کے درمیان	مجازی، سیدھا، مکبّر

مقعر عدسہ

شخص کا محل	خیال کا محل	خیال کی نوعیّت
لا تناہی پر	ماسکہ پر	مجازی
∞ اور عدسہ کے درمیان	ماسکہ اور عدسہ کے درمیان	مجازی، سیدھا، مکستر

حل شدہ مثالیں

نوٹ :- ذیل کی مثالوں میں یہ مان لیا گیا ہے کہ روشنی داہنی جانب سے آرہی ہے۔

(۱) ایک مقعر آئینہ کا نصف قطر انحنا ۱۶ سمر ہے۔ اگر اِس آئینہ سے

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(ا) ۲۰ سمر (ب) ۶ سمر، کے فاصلہ پر ۵ ممر کی قامت کا ایک شخص رکھا ہو تو اس کے خیال کا محل، اس کی نوعیت اور قامت معلوم کرو۔

(ا) ضابطہ کی رو سے:

$$\frac{۲}{۱۶} = \frac{۱}{خ} + \frac{۱}{۲۰}$$

پس خ = $۱۳\frac{۱}{۳}$ سمر اور خیال حقیقی اور معکوس ہے۔ تکبیر $\frac{خ}{ش} = \frac{۲}{۳}$ اور اس لیے خیال کی قامت $۳\frac{۱}{۳}$ ممر ہوگی۔

(ب) اس صورت میں: (۳۰)

$$\frac{۲}{۱۶} = \frac{۱}{خ} + \frac{۱}{۶}$$

پس خ = -۲۴ یعنی خیال آئینہ کے پیچھے، مجازی، اور سیدھا ہوتا ہے۔

تکبیر = $-\frac{۲۴}{۶} = -۴$، اور اس لیے خیال کی قامت ۲ سمر ہوگی۔

(۲) ایک محدب آئینہ کا نصف قطر انحنا ۱۶ سمر ہے۔ جب ۵ ممر کی قامت کا ایک شخص اس آئینہ سے ۲۰ سمر کے فاصلہ پر رکھا ہو تو خیال کا محل، اس کی نوعیت اور قامت معلوم کرو۔

اس صورت میں مرکز انحنا آئینہ کے پیچھے ہوتا ہے۔ اس لیے ص کی قیمت -۱۶ لکھی جانی چاہیے۔ تب ضابطہ کی رو سے:

$$\frac{۲}{-۱۶} = \frac{۱}{خ} + \frac{۱}{۲۰}$$

پس خ = $-۵\frac{۵}{۷}$۔ بنابریں خیال آئینہ کے پیچھے، مجازی اور سیدھا ہوگا۔

تکبیر = $-\frac{۴۰}{۲۰ \times ۷} = -\frac{۲}{۷}$ اور اس لیے خیال کی قامت = $\frac{۱۰}{۷}$ ممر۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(۳) ایک پتلے محدّب عدسہ کی دونوں سطحوں کے نصف قطر انحنا بالترتیب ۲۰ سمر اور ۴۰ سمر ہیں اور جس شیشہ کا یہ بنا ہوا ہے اُس کا انعطاف نما ۱٫۵ ہے ۔ اِس کے ماسکی طول کی عددی قیمت معلوم کرو جب کہ یہ عدسہ (ا) دوہرا محدّب ہو (ب) مقعر محدّب ہو۔

پہلی صورت میں

$$\frac{۱}{م} = (۱٫۵ - ۱)\left(\frac{۱}{۲۰} + \frac{۱}{۴۰}\right)$$ یعنی م = ۲۶ ۲/۳ سمر

اور دوسری صورت میں

$$\frac{۱}{م} = (۱٫۵ - ۱)\left(\frac{۱}{۲۰} - \frac{۱}{۴۰}\right)$$ یعنی م = ۸۰ سمر

(۴) ایک محدّب عدسہ کا ماسکی طول ۴۰ سمر ہے ۔ خیال کے محل معلوم کرو جبکہ شخص کے فاصلے عدسہ سے (ا) ۶۰ سمر (ب) ۳۰ سمر ہوں ۔

اِس صورت میں م = − ۴۰ کیونکہ شعاعیں عدسہ کی منفی جانب ماسکہ میں آتی ہیں ۔ پس پہلی صورت میں :

$$\frac{۱}{خ} - \frac{۱}{۶۰} = -\frac{۱}{۴۰}$$

یعنی خ = − ۱۲۰ سمر اور خیال حقیقی ہے اور عدسہ کی جس جانب شخص ہے اُس کی مخالف جانب واقع ہوتا ہے ۔ دوسری صورت میں :

$$\frac{۱}{خ} - \frac{۱}{۳۰} = -\frac{۱}{۴۰}$$

لہٰذا خ = + ۱۲۰ سمر ۔ یعنی خیال مجازی اور عدسہ کی اُسی جانب واقع ہوتا ہے جس جانب کہ شخص ہے ۔

مثالیں

(۱) ایک مقعر آئینہ کا نصف قطر انحنا ۲۰ سمر ہے ۔ شخص کے وہ محل

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

معلوم کرو جن کے مماثل اِس کی تگنی قامت کا ایک حقیقی خیال اور اس کی دُگنی قامت کا ایک مجازی خیال حاصل ہو۔

(۲) ایک مقعر آئینہ کے سامنے ۵۰ سمر کے فاصلہ پر ایک گلدستہ اُلٹا لٹکایا ہوا ہے۔ اِس آئینہ کے سامنے ۱۰۰ سمر کے فاصلے پر ایک خالی گلدان رکھا ہوا ہے۔ اِس آئینہ کا نصف قطر انحنا کیا ہونا چاہیے کہ یہ گلدستہ آئینہ کی طرف دیکھنے والے ایک مشاہد کو گلدان میں نظر آئے؟

(۳) شیشہ کا ایک کرہ جس کا قطر ۶ انچ ہے، پانی سے بھرا ہوا ہے۔ اِس پانی کے اندر ایک نقطہ ایک قطر کے ایک سرے سے دوسرے سرے تک حرکت کرتا ہے۔ اگر ایک مشاہد اِس قطر کی سمت میں متحرک نقطہ کو دیکھ رہا ہو تو اِس کے خیال کے محل کی تبدیلیاں مرتسم کرو۔ شیشہ کی دبازت نظر انداز کردی جاسکتی ہے۔ (۳۱)

(۴) ایک محدّب آئینہ کا نصف قطر انحنا ۱۵ سمر ہے۔ شخص اِس آئینہ سے ایک میتر کے فاصلے پر واقع ہے اور اِس کی قامت ۵ سمر ہے۔ خیال کا محل اور اِس کی قامت معلوم کرو۔

(۵) شیشہ کے ۳ سمر قطر والے ایک کرہ میں ہوا کا ایک چھوٹا سا بلبلہ رہ گیا ہے جو ایک قطر کی سیدھ میں دیکھے جانے پر کرہ کی سطح سے ایک سمر کے فاصلہ پر معلوم ہوتا ہے۔ اگر اِس شیشہ کا انعطاف نما ۱٫۵۲ ہو تو بلبلہ کا صحیح محل دریافت کرو۔

(۶) ۲۰ سمر ماسکی طول والے ایک محدّب عدسہ سے ۵ میتر کے فاصلہ پر عدسہ کے لیول پر ایک گیس لیمپ رکھا ہے جس کے مینٹل کی بلندی ۸ سمر ہے۔ خیال کا محل دریافت کرو۔ اگر اس لیمپ کو اِس کے اصلی محل سے ۵۰ سمر اُوپر اٹھایا جائے تو خیال کے محل میں کیا تبدیلی واقع ہوگی؟

(۷) ایک دیے ہوئے عدسہ سے شخص کے فاصلہ اور اِس کے حقیقی خیال کی تکبیر کے مابین رشتہ ظاہر کرنے والے منحنی کی شکل کو تجربہ سے معلوم کرو۔

(۸) ایک لیمپ کا چار گنا مکبّر خیال اِس لیمپ سے ۴ میتر کے فاصلہ پر

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

رکھے ہوئے ایک پردہ پر حاصل کرنا مقصود ہے۔ اِس کے لیے کس ماسکی طول کا عدسہ درکار ہوگا؟

(۹) ۱۲ سمر کے ماسکی طول والا ایک عدسہ جو انعطاف نما ۱٫۵۲ والے شیشہ کا بنا ہوا ہے پانی میں ڈبو دیا گیا ہے۔ اِس کا ماسکی طول کیا ہو جائیگا؟

(۱۰) ماسکی طول م کا ایک محدّب عدسہ تکبیرت والا ایک حقیقی خیال پیدا کرتا ہے۔ ثابت کرو کہ عدسہ سے شخص کا فاصلہ $\frac{(ت + ۱) م}{ت}$ ہونا چاہیے۔

(۱۱) ایک محدّب عدسہ کی مدد سے ایک پردہ پر قامت ا کا ایک خیال بنتا ہے۔ شخص اور پردے کے محلوں کو بدلے بغیر عدسہ کو پردے کی طرف حرکت دینے پر یہ دیکھا جاتا ہے کہ عدسہ کا ایک دوسرا محل بھی ایسا ہے جس کے مماثل پردہ پر ایک واضح خیال حاصل ہوتا ہے۔ اگر اِس صورت میں خیال کی قامت ب ہو تو ثابت کرو کہ شخص کی قامت $\sqrt{اب}$ ہے۔

(۱۲) ثابت کرو کہ کسی محدّب عدسہ کی صورت میں دو حقیقی مزدوج نقطوں کا درمیانی فاصلہ اِن کے ماسکی طول کے چار گنے سے کم نہیں ہو سکتا۔

(۱۳) ایک دوہرے محدّب عدسہ کے نصف قطر انحنا ۳۰ اور ۲۰ سمر ہیں اور یہ ایسے شیشہ کا بنا ہوا ہے جس کا انعطاف نما ۱٫۵۲ ہے۔ اِس کا ماسکی طول محسوب کرو۔ اگر یہ عدسہ ان ہی انحنائی نصف قطروں والا ایک محدّب ہلالی عدسہ ہوتا تو اِس کا ماسکی طول کیا ہوتا؟

(۱۴) اگر ایک مستوی آئینہ کو جس پر نور کی شعاعوں کی ایک پنسل واقع ہے وقوعی مستوی کے ایک علی القوائم محور کے گرد کسی زاویہ میں گھمایا جائے تو منعکس شعاع اِسی زاویہ کے دُگنے زاویہ میں منحرف ہوجاتی ہے۔

بنا بریں ثابت کرو کہ جب ایک مستوی موج کسی کروی سطح پر منعکس ہوتی ہے تو منعکس موج کا انحنا اِس کروی سطح کے انحنا کا دوگنا ہوتا ہے۔

(۱۵) اگر ہم اپنی آنکھ کے سامنے ایک عدسہ رکھ کر اِس کو ایک جانب حرکت دیں تو ثابت کرو کہ عدسہ مقعر ہونے کی صورت میں اِس میں سے

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

دکھائی دینے والے شخص عدسہ ہی کی سمت میں حرکت کرتے نظر آئینگے، لیکن اگر عدسہ محدّب ہو تو یہ شخص عدسہ کی مخالف سمت میں حرکت کرتے نظر آئینگے۔

(۱۶) و ا اور و ب دو علی القوایم خطوط مستقیم ہیں۔ و ا میں ایک نقطہ ج اور و ب میں ایک نقطہ د اس طرح لیے جاتے ہیں کہ و ج = و د = م۔ نقاط د اور ج سے و ا اور و ب کے متوازی دو خطوطِ مستقیم کھینچے جاتے ہیں جو ایک دوسرے سے ع پر ملتے ہیں۔ نقطہ ع میں سے گزرنے والا ایک خطِ مستقیم کھینچا جاتا ہے جو و ا اور و ب کو نقاط ط اور ق پر قطع کرتا ہے۔ ثابت کرو کہ اگر و ط ماسکی طول م والے ایک محدّب عدسہ کے لیے شخص کے فاصلہ کو تعبیر کرے تو و ق خیال کے فاصلہ کو تعبیر کرتا ہے۔

ثابت کرو کہ اگر نقاط ج اور د کو بالترتیب و ا اور و ب ممدودہ میں لیے جائیں تو یہی ہندسی عمل مقعر عدسہ کی صورت پر بھی صادق آتا ہے۔

(۱۷) ایک پتلے عدسہ کا ماسکی طول، بہت دور کے ایک لیمپ کو
(۳۲) شخص کے طور پر استعمال کرکے، عدسہ سے خیال کا فاصلہ ناپ لینے پر،
۲۵ سمر پایا گیا ہے۔ یہ لیمپ کتنے فاصلے پر ہونا چاہیے کہ یہ نتیجہ ۳ فی صدی تک صحیح ہو؟

(۱۸) شعاعوں کا ایک نظام ایسا ہے کہ یہ سب کے سب ایک دی ہوئی سطح کو علی القوائم[ه] قطع کرتی ہیں۔ ایک کروی آئینہ پر ایک شعاع کو ایک ایسے نقطہ پر قطع کرتا ہے کہ علی القوائم سطح سے اور ایک ثابت نقطہ سے اس نقطہ کے فاصلوں کا حاصل جمع یا فرق مستقل رہے۔ ثابت کرو کہ یہ آئینہ شعاعوں کے نظام کو ثابت نقطہ مذکور پر سے ماسکہ کی طرف منعکس کر دیتا ہے۔

ه Orthogonally

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(۱۹) ایک محدّب عدسہ اور ایک مقعر عدسہ ، جن میں سے ہر ایک کا ماسکی طول ۲۰ سمر ہے ، ہم محور طور پر ۶ سمر کے فصل پر رکھے ہوئے ہیں۔ اگر شخص (ا) محدّب عدسہ کے آگے (ب) مقعر عدسہ کے آگے ، ۳۰ سمر کے فاصلہ پر واقع ہو تو خیال کا محل دریافت کرو۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

تیسرا باب

موٹے عدسے اور عدسوں کے نظام

پتلے عدسوں کی صورت میں اِن کے ماسکی طول کے علم سے ہم خیال کا فاصلہ محسوب کر سکتے ہیں جب کہ شخص کا فاصلہ معلوم ہو۔ اِس بات کو کوئی اہمیت نہیں کہ ان فاصلوں کو عدسہ میں کے کس نقطہ سے ناپے جاتے ہیں۔ لیکن اگر عدسہ موٹا ہو یا کسی عکسالہ کا دہانہ ہو جو عموماً چار یا چھ جداگانہ عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے تو شخص اور خیال کے فاصلوں کی بہت ہی مختلف قیمتیں حاصل ہونگی بلحاظ اِس کے کہ یہ فاصلے عدسے کے سامنے کی سطح سے ناپے جائیں یا اُس کی پچھلی سطح سے۔ چنانچہ سوال یہ پیدا ہوتا ہے کہ آیا کوئی نقطے ایسے ہیں جن سے یہ فاصلے ناپے جانے پر مطابق نتایج حاصل ہوتے ہیں یا یہ کہ ہمیں واحد سطحوں پر فرداً فرداً غور کرنا ہوگا۔ (۴۳)

گاؤس ھ نے کوئی ستر سال پہلے ثابت کیا تھا کہ ہمیں اِن واحد سطحوں پر علیحدہ علیحدہ غور کرنے کی ضرورت نہیں ہے بلکہ ہم ایک مرکب عدسہ پر مجموعی حیثیت سے غور کر سکتے ہیں اور اگر شخص اور خیال کے فاصلے ذو نظری مستویوں سے جو اِس عدسہ کے اعتبار سے ثابت ہوتے ہیں ناپے جائیں تو اِس سے بھی پتلے عدسوں کا معمولی ضابطہ متعلق کیا جا سکتا ہے۔ جب عدسہ کی

ھ Gauss

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

دونوں جانب واسطہ ایک ہی ہو تو اِن مستویوں کو **معادل مستوی** کہتے ہیں، جب یہ واسطہ مختلف ہو تو یہ **صدر مستوی** کہلاتے ہیں۔ شخص سے آنے والی شعاعیں ایک معادل مستوی تک متسع ہوتی ہیں اور پھر دوسرے معادل مستوی سے خیال تک مستدق ہوتی ہیں اور مزدوج شعاعیں اِن معادل مستویوں کو محور سے ایک ہی فاصلے پر قطع کرتی ہیں۔

ایک ایسا پتلا عدسہ معلوم کرنا ہمیشہ ممکن ہے جو ایک دیے ہوئے شخص کا خیال اُسی مقام پر اور اُسی قامت کا پیدا کرے جو کہ ایک عدسئ نظام کے پیدا کردہ خیال کا محل اور اِس کی قامت ہوتی ہے۔ کیونکہ اِس کے معنے صرف یہ ہیں کہ مساواتوں

$$\frac{1}{خ} - \frac{1}{ش} = \frac{1}{م}، \quad ت = \frac{خ}{ش}، \quad ف = ش - خ$$

کو حل کیا جائے جبکہ ف اور ت دیے گئے ہوں۔ لیکن یہ تعادل صرف دیے ہوئے دو مزدوج نقطوں ہی پر صادق آئیگی۔ دیگر شخصوں کے وہ خیال جو مذکورۂ بالا دونوں عدسوں سے حاصل ہوں نہ تو محل ہی میں منطبق ہونگے نہ قدر میں۔ پس یہ ناممکن ہے کہ ایک واحد عدسہ ایسا معلوم کیا جائے جو کسی ایک مقام پر رکھا رہنے پر اُسی طرح عمل کرے جس طرح کہ عدسوں کا ایک نظام عمل کرتا ہے۔

لیکن اگر ہم ایک خاص ماسکی طول کا ایک پتلا عدسہ لے کر اِس کو پہلے معادل مستوی پر نور کی شعاعیں حاصل کرنے کے لیے رکھ دیں اور پھر اِس کو فوراً دوسرے معادل مستوی پر پہنچا دیں تاکہ یہ اپنی حاصل کردہ شعاعوں کو بری کرے تو یہ عدسہ ٹھیک اُسی طرح عمل کریگا جس طرح کہ ایک مرکب عدسہ۔

(۳۴) یہ بلاشبہ اِس مسئلہ کو سمجھانے کا ایک نہایت ہی عام فہم طریقہ ہے لیکن یہ ابتدائی تصورات کے پیش کرنے کے کام آئیگا۔

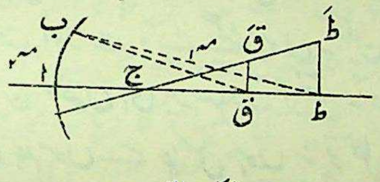
باب ہذا میں تمام مسائل کی بحث مزدوج مستویوں کی خاصیت پر اور ہلم ہولٹز کے کلیۂ تکبیر پر منحصر کی گئی ہے۔ اِس طریقہ سے عام صورت میں

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

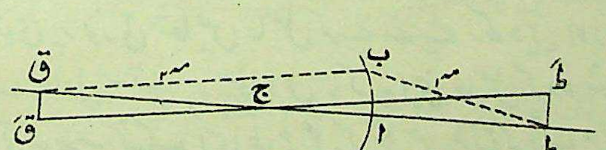
اساسی نقطوں کے محل محسوب نہیں کیے جاسکتے لیکن یہ طریقہ دیگر طریقوں سے بہت زیادہ آسان ہے اور اس کے ساتھ ساتھ یہ صحت کا بھی پورا پورا پابند ہے۔ ممکن ہے کہ اس نظریہ سے آج کل عدم واقفیت کی وجہ دیگر طریقوں کی تحلیلی نوعیت ہی ہو۔

ہلم ہولٹز کا کُلیّہ:۔ فرض کرو کہ ق قَ خیال ہے ط طَ کا جو ایک انعطاف انگیز سطح کی وجہ سے بنتا ہے (اشکال ۴۱، ۴۲، ۴۳۔ مقابلہ کے لیے دیکھو اشکال ۳۲، ۳۳، ۳۴)۔ فرض کرو کہ طَ ب نقطہ طَ سے گزرنے والی کوئی شعاع ہے جو محور سے ایک چھوٹا سا زاویہ بناتی ہے اور فرض کرو کہ ب قَ انعطاف کے بعد یا تو وہی شعاع ہے یا اس کی سمت



شکل ۴۱

ہے جب کہ اس کو پیچھے کی طرف بڑھایا جائے۔ فرض کرو کہ م۱ = ط طَ، م۲ = ق قَ اور ع۱ اور ع۲ وہ زاویے ہیں جو طَ ب اور قَ ب



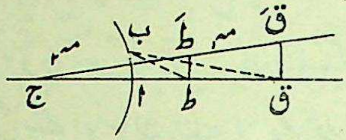
شکل ۴۲

بالترتیب عدسے کے محور کی مثبت سمت کے ساتھ بناتے ہیں۔ ہم مان لینگے کہ م۱ اور م۲ نقاط طَ اور قَ کے محدد ہیں۔ یہ محدد مثبت ہونگے اگر نقاطِ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

مذکورہ محور کے اوپر واقع ہوں اور منفی جبکہ یہ نقاط محور کے نیچے



شکل ۲۳

واقع ہوں - بنا بریں :

$$\frac{\text{ما}_1 \,\text{مس}\, \text{عہ}_1}{\text{ما}_2 \,\text{مس}\, \text{عہ}_2} = \frac{\text{طط}' \cdot \frac{\text{اب}}{\text{اط}}}{\text{قق}' \cdot \frac{\text{اب}}{\text{اق}}} = \frac{\text{طج}}{\text{قج}} \cdot \frac{\text{اق}}{\text{اط}} = \frac{(\text{ص}-\text{ش})\text{خ}}{(\text{ص}-\text{خ})\text{ش}} \quad \ldots(۹)$$

لیکن $$\frac{\text{مہ}_2}{\text{خ}} - \frac{\text{مہ}_1}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}_2 - \text{مہ}_1}{\text{ص}}$$

یعنی $\text{مہ}_2\left(\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ص}}\right) = \text{مہ}_1\left(\frac{1}{\text{ش}} - \frac{1}{\text{ص}}\right)$ یا $\text{مہ}_2\,\text{ش}(\text{ص}-\text{خ}) = \text{مہ}_1\,\text{خ}(\text{ص}-\text{ش})$ (۳۵)

پس مساوات (۹) میں اندراج سے ہمیں حاصل ہوگا :

$$\frac{\text{مہ}_2}{\text{مہ}_1} = \frac{\text{ما}_1 \,\text{مس}\, \text{عہ}_1}{\text{ما}_2 \,\text{مس}\, \text{عہ}_2}$$

یا $\text{مہ}_1 \,\text{ما}_1 \,\text{مس}\, \text{عہ}_1 = \text{مہ}_2 \,\text{ما}_2 \,\text{مس}\, \text{عہ}_2$ .... (۱۰)

یہ ضابطہ سب سے پہلے لیگرینج[ھ] نے پیش کیا تھا۔ مزدوج نقاط ط اور ق کے لیے نسبت $\frac{\text{ما}_2}{\text{ما}_1}$ **خطی تکبیر** اور نسبت $\frac{\text{مس}\, \text{عہ}_2}{\text{مس}\, \text{عہ}_1}$ **زاویئی تکبیر** کہلاتی ہے۔

ھ Lagrange

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اِسی طرح یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ کسی کروی آئینہ پر انعکاس کی صورت میں

ما$_1$ مس عہ$_1$ = ما$_2$ مس عہ$_2$

اب فرض کرو کہ دو واسطوں کے درمیان ایک کروی انعطاف انگیز سطح کی بجائے ن واسطوں کے درمیان ن - ۱ ہم محور انعطاف انگیز سطوح ہیں اور یہ کہ پہلے واسطہ کا انعطاف نما مہ$_1$، دوسرے واسطہ کا انعطاف نما مہ$_2$ اور علیٰ ہذا ن ویں واسطہ کا انعطاف نما مہ$_ن$ ہے۔ فرض کرو کہ ایک چھوٹا سا شخص جس کے خطی ابعاد محور کے علی القوایم ما$_1$ ہیں پہلے واسطہ میں محور پر رکھا ہوا ہے اور فرض کرو کہ اِس سے کھینچی ہوئی کوئی شعاع محور کے ساتھ زاویہ عہ$_1$ بناتی ہے۔ پہلی سطح پر منعطف ہونے کے بعد یہ شعاع محور کے ساتھ زاویہ عہ$_2$ بنائیگی اور خطی ابعاد ما$_2$ والے ایک خیال سے متسع ہوتی معلوم ہوگی۔ اِسی طرح دوسری سطح پر منعطف ہونے کے بعد یہ شعاع محور کے ساتھ زاویہ عہ$_3$ بناتی ہے اور خطی ابعاد ما$_3$ کے ایک خیال سے متسع ہوتی معلوم ہوتی ہے۔ پس مساوات (۱۰) کے اطلاق سے ہمیں حاصل ہوگا:۔

مہ$_1$ ما$_1$ مس عہ$_1$ = مہ$_2$ ما$_2$ مس عہ$_2$

مہ$_2$ ما$_2$ مس عہ$_2$ = مہ$_3$ ما$_3$ مس عہ$_3$

....

مہ$_{ن-۱}$ ما$_{ن-۱}$ مس عہ$_{ن-۱}$ = مہ$_ن$ ما$_ن$ مس عہ$_ن$

یا درمیانی جملوں کو ترک کر دینے پر:

مہ$_1$ ما$_1$ مس عہ$_1$ = مہ$_ن$ ما$_ن$ مس عہ$_ن$ .... (۱۱)

سطحوں کے کسی نظام کے لیے یہ مساوات سب سے پہلے ہلم ہولٹز نے پیش کی تھی۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ماسکی مستوی :- فرض کرو کہ ہمارے ہاں ہم محور کروی انعطاف انگیز سطحوں کا کوئی نظام ہے جس کے محور پر کے ایک نقطہ ط پر ایک چھوٹا سا مستوی ٹکڑا رکھا ہوا ہے اور یہ کہ اس ٹکڑے کا آخری خیال نظام زیر غور کی وجہ سے نقطہ ق پر بنتا ہے۔ محور پر کے کسی نقطہ کو مبداء مان لو اور فرض کرو کہ اس مبداء کے اعتبار سے ط اور ق کے محدد بالترتیب لا_1 اور لا_2 ہیں۔ ہمیں درمیانی خیالوں پر غور کرنے کی ضرورت پیش نہ آئیگی اور اس لیے ہم لاحقہ عدد ۲ کو آخری خیال سے منسوب کرسکتے ہیں۔ بنابریں :

$$\text{ا}\,\text{لا}_1\,\text{لا}_2 + \text{ب}\,\text{لا}_1 + \text{ج}\,\text{لا}_2 + \text{د} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

جہاں ا، ب، ج اور د مستقلات ہیں جو سطحوں کے محلوں اور انحناؤں پر اور مختلف واسطوں کے انعطاف نماؤں پر منحصر ہوتے ہیں۔ یہ مساوات صرف اس امر کو ظاہر کرتی ہے کہ شخص کے ہر محل کے جواب میں آخری خیال کا ایک اور صرف ایک محل ہوتا ہے۔ یہی امر ہم واحد انعطافوں پر علیحدہ علیحدہ غور کرکے بھی ثابت کرسکتے ہیں، اور اس امر کو بیان کرنے کا یہی ایک عام ترین طریقہ (۳۶)
ہے جیسا کہ مزید رقموں کے جمع کرنے کی کوشش پر واضح ہو جائیگا۔

اب ایک واحد انعطاف کی صورت میں :

$$\frac{\text{مہ}_2}{\text{خ}} - \frac{\text{مہ}_1}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}_2 - \text{مہ}_1}{\text{ص}}$$

اس کو بلحاظ ش کے تفرقانے پر ہمیں حاصل ہوگا :

$$-\frac{\text{مہ}_2}{\text{خ}^2} \cdot \frac{\text{فرخ}}{\text{فرش}} + \frac{\text{مہ}_1}{\text{ش}^2} = 0$$

یا

$$\frac{\text{فرخ}}{\text{فرش}} = \frac{\text{مہ}_1\,\text{خ}^2}{\text{مہ}_2\,\text{ش}^2}$$

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اور یہ ہمیشہ مثبت ہوتا ہے۔ پس اگر شخص کو محور پر ہٹایا جائے تو خیال بھی محور پر اسی سمت میں ہٹتا جائیگا۔ چونکہ یہی بات تمام درمیانی انعطافوں پر صادق آتی ہے اس لیے اس کو اس نظام کی وجہ سے بننے والے آخری خیال پر بھی صادق آنا چاہیے۔

جملہ (۱۲) کو لا₁ کے لحاظ سے تفرقانے پر:

$$\text{ا}\,\text{لا}_2 + \text{ا}\,\text{لا}_1 \frac{\text{فرلا}_2}{\text{فرلا}_1} + \text{ب} + \text{ج}\,\frac{\text{فرلا}_2}{\text{فرلا}_1} = 0$$

اور

$$\frac{\text{فرلا}_2}{\text{فرلا}_1} = -\frac{\text{ا}\,\text{لا}_2 + \text{ب}}{\text{ا}\,\text{لا}_1 + \text{ج}}$$

$$= \frac{\text{ا}\,\frac{\text{ب}\,\text{لا}_1 + \text{د}}{\text{ا}\,\text{لا}_1 + \text{ج}} - \text{ب}}{\text{ا}\,\text{لا}_1 + \text{ج}} = -\frac{(\text{ب}\,\text{ج} - \text{ا}\,\text{د})}{(\text{ا}\,\text{لا}_1 + \text{ج})^2}$$

چونکہ یہ لازماً مثبت ہوگا اور نسب نما مربع ہونے کی وجہ سے ہمیشہ مثبت ہوتا ہے اس لیے ب ج - ا د منفی ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ ا صفر نہیں ہے۔ چنانچہ جملہ (۱۲) کو ذیل کی شکل میں لکھا جاسکیگا:

$$\text{لا}_1\text{لا}_2 + \frac{\text{ب}}{\text{ا}}\text{لا}_1 + \frac{\text{ج}}{\text{ا}}\text{لا}_2 + \frac{\text{ب}\,\text{ج}}{\text{ا}^2} = \frac{\text{ب}\,\text{ج}}{\text{ا}^2} - \frac{\text{د}}{\text{ا}}$$

یا

$$(\text{لا}_1 - \text{گ}_1)(\text{لا}_2 - \text{گ}_2) = -\text{جہ}^2$$

جہاں $\text{گ}_1 = -\frac{\text{ج}}{\text{ا}}$، $\text{گ}_2 = -\frac{\text{ب}}{\text{ا}}$ اور $-\text{جہ}^2 = \frac{\text{ب}\,\text{ج} - \text{ا}\,\text{د}}{\text{ا}^2}$ کیونکہ یہ جملہ لازماً منفی ہوتا ہے۔

وہ خطہ جس میں شخص کے تمام ممکنہ محل واقع ہوتے ہیں خطۂ شخص

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

کہلاتا ہے اور وہ خطہ جس میں خیال کے تمام ممکنہ محل واقع ہوتے ہیں **خطۂ خیال** کہلاتا ہے۔ شخص اور خیال کے یہ خطے بلاشبہ جزاً منطبق ہو سکتے ہیں۔

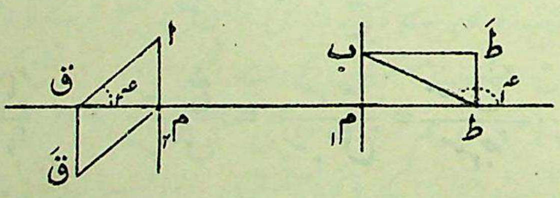
اگر شخص ط لاتناہی پر ہو تو لا۱ لاتناہی ہوگا اور لا۲۔گ۲ صفر کے مساوی ہونا چاہیے یعنی خیال مستوی لا۲ = گ۲ پر واقع ہوتا ہے۔ یہ مستوی خطۂ خیال کا ماسکی مستوی کہلاتا ہے۔ اِسی طرح اگر خیال لاتناہی پر ہو تو شخص مستوی لا۱ = گ۱ پر واقع ہوتا ہے اور یہ خطۂ شخص کا ماسکی مستوی کہلاتا ہے۔

صدر مستوی۔ عقدی نقطے۔ کسی نظام کے ماسکی طول

ماسکی طول:۔ فرض کرو کہ شخص اور خیال کے فاصلے ماسکی مستویوں سے ش اور خ ہیں۔ چنانچہ:

ش = لا۱ ۔ گ۱ ، خ = لا۲ ۔ گ۲

فرض کرو کہ ط طَ طول ہا۱ والا ایک خطی شخص ہے، ق قَ طول ہا۲ والا خیال ہے، ط ق اِس نظام کا محور ہے، ب م۱ اور ا م۲ وہ خطوط ہیں جن میں خطۂ شخص اور خطۂ خیال کے ماسکی مستوی شکل کے مستوی کو قطع کرتے ہیں۔ (۳۷)



شکل ۴۴

ط م سے متوازی طَ ب کھینچو۔ چونکہ طَ ب خطۂ شخص میں محور کے متوازی ہے اِس لیے یہ نظام میں سے گزرنے کے بعد خطۂ خیال کے ماسکی مستوی کو

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

م$_{۲}$ پر قطع کرنا چاہیے۔ اِس کو قَ میں سے بھی گزرنا چاہیے کیونکہ نقطہ قَ خیال ہے نقطہ ط کا۔ بنابریں م قَ، خیال ہوگا شعاع طَ ب کا اِس کے نظام میں سے انعطاف کے بعد، یا بالفاظ دیگر شعاع م$_{۲}$ قَ مزدوج ہوگا شعاع طَ ب کا۔

ق ا، قَ م$_{۲}$ کے متوازی کھینچو۔ خطۂ شخص میں ق ا کی مزدوج شعاع کو قَ کے مزدوج نقطہ طَ میں سے گزرنا چاہیے۔ تیزیہ ب م$_{۱}$ کو اُسی نقطہ پر قطع کرنا چاہیے جس نقطہ پر کہ ق م$_{۲}$ کی مزدوج شعاع یعنی ب طَ قطع کرتی ہے۔ اِس لیے یہ ب ط ہونا چاہیے۔

اب ہم اِس مسئلہ سے ہلم ہولٹز کا کلیہ متعلق کر سکتے ہیں۔ چنانچہ

$$\text{م}_{1}\text{ط} = \text{ش}،\quad \text{م}_{2}\text{ق} = \text{خ}،\quad \text{مس عہ}_{1} = -\frac{\text{م}_{1}\text{ب}}{\text{ص}_{1}\text{ط}} = -\frac{\text{ما}_{1}}{\text{ش}}،$$

$$\text{مس عہ}_{2} = \frac{\text{م}_{2}\text{ا}}{\text{ق م}_{2}} = \frac{\text{ما}_{2}}{\text{خ}}$$

فرض کرو کہ جس واسطہ میں شخص واقع ہے اُس کا انعطاف نما مہ$_{۱}$ اور جس واسطہ میں خیال واقع ہے اُس کا انعطاف نما مہ$_{۲}$ ہے۔ بنابریں:

$$-\frac{\text{مہ}_{1}\,\text{ما}_{1}^{2}}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}_{2}\,\text{ما}_{2}^{2}}{\text{خ}}$$

یا

$$\frac{\text{ما}_{2}^{2}}{\text{ما}_{1}^{2}} = -\frac{\text{مہ}_{1}\,\text{خ}}{\text{مہ}_{2}\,\text{ش}} = \frac{\text{مہ}_{1}\,\text{جہ}^{2}}{\text{مہ}_{2}\,\text{ش}^{2}} = \frac{\text{مہ}_{1}\,\text{خ}^{2}}{\text{مہ}_{2}\,\text{جہ}^{2}} \quad .... (۱۳)$$

کیونکہ $\text{ش خ} = -\text{جہ}^{2}$

اگر خطی تکبیر اکائی ہو تو ما$_{۲}$ = ما$_{۱}$ اور ضابطہ (۱۳) میں اندراج سے:

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

$$\left.\begin{aligned} ش^{۲} &= \frac{م_{۱}}{م_{۲}}\, ج^{۲} = م_{۱}^{۲} \\ خ^{۲} &= \frac{م_{۲}}{م_{۱}}\, ج^{۲} = م_{۲}^{۲} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۱۴)$$

اِن مساواتوں سے $م_{۱}^{۲}$ اور $م_{۲}^{۲}$ کی تعریفیں اخذ کی جاسکتی ہیں۔ چنانچہ مساواتوں (۱۴) کے جذر لینے سے ہمیں حاصل ہوگا $ش = \pm م_{۱}$ اور $خ = \pm م_{۲}$ یعنی شخص کے دو محل اور خیال کے دو محل ہونگے۔ اگر ہم مساوات (۱۳) میں $ا_{۱} = ا_{۲}$ لکھے ہوتے تو بھی ہمیں یہی نتیجہ حاصل ہوتا۔ ظاہر ہے کہ مزدوج نقطوں کے ایک جوڑے سے تکبیر مثبت اکائی حاصل ہوتی ہے اور دوسرے جوڑے سے منفی اکائی۔ اِس امر کا انحصار کہ تکبیر کس جوڑے سے مثبت اکائی حاصل ہوتی ہے اور کس جوڑے سے منفی، $م_{۱}$ اور $م_{۲}$ کی مطلق علامتوں پر ہوتا ہے اور یہ ایسی مقداریں ہیں جن کے صرف مربعوں کی تعریفیں اب تک کی جاچکی ہیں۔

جن نقطوں کے جوڑے سے تکبیر مثبت اکائی حاصل ہوتی ہے اُن کو (۳۸)
صدر نقاط کہتے ہیں۔ دوسرے جوڑے کے نقاط کو **ضد صدر نقاط** کہتے ہیں۔ وہ مستوی جو صدر نقاط میں سے گزرتے ہیں اور محور پر عمود وار ہوتے ہیں **صدر مستوی** کہلاتے ہیں۔ یہ مستوی ایسے ہوتے ہیں کہ اگر کوئی شعاع اِن میں سے ایک کو محور سے ایک خاص فاصلہ پر قطع کرے تو اِس شعاع کی مزدوج شعاع دوسرے مستوی کو محور سے اُسی فاصلہ پر قطع کرتی ہے۔

اب فرض کرو ہم $م_{۱}$ اور $م_{۲}$ کی مطلق قیمتیں اِس طرح تعین کرتے ہیں کہ شخص اور خیال کے خطوں کے ہاسکی مستوی بالترتیب ذیل کی مساواتوں سے حاصل ہوتی ہیں:

$$ش = - م_{۱} \quad \text{اور} \quad خ = - م_{۲}$$

بنا بریں چونکہ

$$ش\, خ = - ج^{۲} \quad \text{اِس لیے} \quad م_{۱}\, م_{۲} = - ج^{۲}$$

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اور مساوات (۱۴) میں جہ۲ کی یہ قیمت درج کرنے پر ہمیں حاصل ہوگا

$$\text{مہ}_2\,\text{م}_1 = -\,\text{مہ}_1\,\text{م}_2$$

فرض کرو کہ $\text{عہ}_1 = \text{عہ}_2$ - بنا بریں $\text{مس}\ \text{عہ}_1 = \text{مس}\ \text{عہ}_2$ اور ہلم ہولٹز کے کُلیہ کی رو سے $\text{مہ}_1\,\text{ما}_1 = \text{مہ}_2\,\text{ما}_2$ - پس ہم مساوات (۱۳) کو ذیل کی شکل میں لکھ سکتے ہیں :

$$\frac{\text{ما}_2^2}{\text{ما}_1^2} = \frac{\text{م}_1^2}{\text{ش}^2} = \frac{\text{خ}^2}{\text{م}_2^2}$$

یا جذر لینے پر :

$$\frac{\text{ما}_2}{\text{ما}_1} = -\frac{\text{م}_1}{\text{ش}} = -\frac{\text{خ}}{\text{م}_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۱۵)$$

اور اب علامت کے متعلق کوئی اشتباہ باقی نہ رہیگا - شمار کنندوں کو مہ_2 سے اور نسب نماؤں کو مہ_1 سے ضرب دینے پر ہمیں حاصل ہوگا :

$$\frac{\text{مہ}_2\,\text{ما}_2}{\text{مہ}_1\,\text{ما}_1} = -\frac{\text{مہ}_2\,\text{م}_1}{\text{مہ}_1\,\text{ش}} = -\frac{\text{مہ}_2\,\text{خ}}{\text{مہ}_1\,\text{م}_2}$$

$$\frac{\text{مہ}_2\,\text{ما}_2}{\text{مہ}_1\,\text{ما}_1} = \frac{\text{م}_2}{\text{ش}} = \frac{\text{خ}}{\text{م}_1}$$

کیونکہ $\text{مہ}_2\,\text{م}_1 = -\,\text{مہ}_1\,\text{م}_2$ - پس اگر $\text{عہ}_1 = \text{عہ}_2$ تو

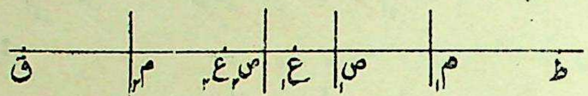
$$\text{ش} = \text{م}_2 \quad \text{اور} \quad \text{خ} = \text{م}_1$$

اِن مساواتوں سے جن نقطوں کا تعین ہوتا ہے وہ **عقدی نقاط** کہلاتے ہیں - یہ محور پر کے دو ایسے نقطے ہیں کہ اگر شعاع واقع ایک نقطہ میں سے گزرے تو شعاع خارج دوسرے نقطہ میں سے گزرتی ہے اور نیز شعاع واقع کے متوازی ہوتی ہے -

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

شکل ۴۵ میں فرض کرو کہ نقطہ ط کا خیال ق ہے، $م_1$ اور $ص_1$



شکل ۴۵

خطۂ شخص کے ماسکی اور صدر مستوی ہیں اور $م_2$ اور $ص_2$ خطۂ خیال کے ماسکی اور صدر مستوی ہیں۔ تب $م_1 ط = ش$ اور $م_2 ق = خ$۔ فرض کرو کہ خطۂ شخص کا عقدی نقطہ $ع_1$ ہے اور خطۂ خیال کا عقدی نقطہ $ع_2$ ہے۔ بموجب تعریف $ص_1 م_1 = م_1$، $ص_2 م_2 = م_2$، $م_1 ع_1 = م_2$ اور $م_2 ع_2 = م_1$۔

فرض کرو کہ ط اور ق کے محدد اپنے اپنے صدر مستویوں کے حوالہ سے ش اور خ ہیں۔ تب

(۳۹) $$ش = ص_1 ط = م_1 + ش$$

اور $$خ = ص_2 ق = م_2 + خ$$

ان مساواتوں سے ش اور خ کی قیمتیں مساوات $ش خ = - جہ^2$ میں درج کرنے اور یہ ذہن نشین رکھنے پر کہ $- جہ^2 = م_1 م_2$ ہمیں حاصل ہوگا

$$(ش - م_1)(خ - م_2) = م_1 م_2$$

اس کو مختصر کرنے پر:

$$\frac{م_2}{خ} + \frac{م_1}{ش} = ۱ \quad \text{.................} \quad (۱۲)$$

$م_1$ اور $م_2$ بالترتیب شخص اور خیال کے خطہ کے ماسکی طول کہلاتے ہیں۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اگر ابتدائی اور آخری واسطے ایک ہی ہوں تو $مہ_{۱} = مہ_{۲}$ اور $م_{۲} = -م_{۱}$ اس صورت میں $م_{۲} = -م_{۱} = م$ لکھنے پر مساوات (۱۶) ہوجائیگی :

$$\frac{۱}{خ} - \frac{۱}{ش} = \frac{۱}{م}$$

بالکل وہی مساوات ہے جو پتلے عدسوں کے لیے اساسی مساوات ہے۔

جب $م_{۲} = -م_{۱} = م$ تو عقدی نقطے صدر مستویوں میں واقع ہوتے ہیں، تب یہ صدر مستوی نظام کے **معادل مستوی** کہلاتے ہیں اور م کو اس نظام کے **معادل ماسکی طول** کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے۔

تکبیر کے لیے جملہ : مساوات (۱۵) کی رو سے :

$$\frac{ما_{۲}}{ما_{۱}} = -\frac{خ}{م_{۲}}$$

اس میں خ کی بجائے $خ - م_{۲}$ درج کرنے پر ہمیں حاصل ہوگا :

$$\frac{ما_{۲}}{ما_{۱}} = -\frac{(خ - م_{۲})}{م_{۲}} \qquad \text{.............} \quad (۱۷)$$

لیکن مساوات (۱۶) سے : $\frac{خ - م_{۲}}{م_{۲}} = \frac{خ\,م_{۱}}{ش\,م_{۲}}$

مساوات (۱۷) میں اندراج سے : $\frac{ما_{۲}}{ما_{۱}} = -\frac{خ\,م_{۱}}{ش\,م_{۲}}$

چونکہ $مہ_{۲}\,م_{۱} = -مہ_{۱}\,م_{۲}$، اس لیے :

$$\frac{ما_{۲}}{ما_{۱}} = \frac{مہ_{۱}\,خ}{مہ_{۲}\,ش}$$

اگر ابتدائی اور آخری واسطے ایک ہی ہوں تو یہ ہوجائیگی

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

$\frac{\text{م م}_2}{\text{ا ا}_1} = \frac{\text{خ}}{\text{ش}}$ یعنی تکبیر مساوی ہوتی ہے اپنے اپنے صدر مستویوں سے خیال اور شخص کے فاصلوں کی نسبت کے۔

خیال ترسیمی عمل سے : مذکورۂ بالا نظریہ سب سے پہلے گاؤس نے پیش کیا تھا لیکن اس کا طریقہ وہی نہیں تھا جو اُوپر اختیار کیا گیا ہے۔ عقدی نقاط کا تعارف سب سے پہلے لِسٹنگ⁵ نے کیا۔ ماسکی نقاط، صدر نقاط اور عقدی نقاط کو کسی عدسہ یا عدسوں کے نظام کے لیے گاؤس کے نقاط یا **اساسی نقاط** کہتے ہیں۔ اگر صحت بیان کا پورا پورا لحاظ رکھا جائے تو اِن نقطوں کے خواص صرف اُسی صورت میں صادق آتے ہیں جبکہ شخص چھوٹے اور عدسوی نظام کے محور پر واقع ہوں اور جبکہ خیال اُن شعاعوں سے بنیں جو اِس محور سے چھوٹے چھوٹے زاویوں پر مائل ہوں۔
لیکن پھر بھی اِن نقاط کو خاص اہمیت حاصل ہے کیونکہ اِن سے بیشتر (۴۰)
مناظری آلات کے نظریہ کا پہلا تقرب حاصل ہوجاتا ہے۔

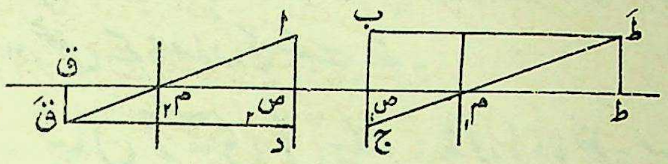
ہم محور، کروی، انعطاف انگیز سطحوں کا ایک نظام خواہ کتنے ہی عدسوں پر کیوں نہ مشتمل ہو یا شعاعوں کو مختلف انعطاف نماؤں والے خواہ کتنے ہی واسطوں میں سے کیوں نہ گزرنا پڑے۔ اگر شخص کا محل دیا جائے اور اِس نظام کے اساسی نقطے معلوم ہوں تو خیال کا محل اور اِس کی تکبیر فوراً اخذ کرلی جاسکتی ہے۔ انعطاف انگیز سطحوں کے محلوں اور انحناؤں کے متعلق یا اُن درمیانی واسطوں کی نوعیت کے متعلق جن میں سے شعاعوں کو گزرنا پڑتا ہے، کسی بات کے جاننے کی ضرورت مطلق نہیں ہے۔ صرف اساسی نقطوں کا علم بہت کافی ہے۔

مثلاً شکل ۴۶ میں فرض کروکہ ط طَ ایک شخص ہے، م۱، م۲ اور ص۱، ص۲ ماسکی مستوی اور صدر مستوی ہیں، اور فرض کروکہ خیال کا محل اور اس کی قامت مطلوب ہے۔

⁵ Listing

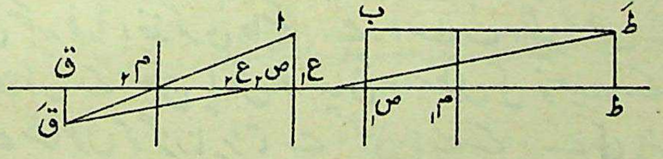
Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

طَ میں سے محور کے متوازی ایک شعاع کھینچو جو صدر مستوی کو ب پر



شکل ۴۶

ملے۔ تب چونکہ طَ ب محور کے متوازی ہے اس لیے اس کی مزدوج شعاع کو م۲ میں سے گزرنا چاہیے اور خطۂ خیال کے صدر مستوی کو نقطہ ا پر جا ملنا چاہیے جہاں ا محور سے اُتنے ہی فاصلہ پر ہے جتنا کہ ب۔ پس اس نقطہ کی پوری تعیین ہو جاتی ہے۔ طَ م۱ کو ملا کر اتنا بڑھاؤ کہ یہ صدر مستوی سے ج پر جا ملے۔ دوسرے صدر مستوی پر ایک نقطہ د اس طرح لو کہ اس کا فاصلہ محور سے وہی ہو جو ج کا ہے اور اس میں سے محور کے متوازی شعاع قَ د کھینچو۔ یہ شعاع، ج طَ کی مزدوج شعاع ہو گی کیونکہ ج طَ خطۂ شخص میں ماسکہ میں سے گزرتی ہے اور اس لیے خطۂ خیال میں اس کی مزدوج شعاع محور کے متوازی ہونی چاہیے۔ پس اس طرح قَ کی پوری تعیین ہو جاتی ہے۔



شکل ۴۷

شکل ۴۷ میں اس کا ایک اور طریقہ دکھلایا گیا ہے۔ طَ ب کی مزدوج شعاع ا قَ کو سابقہ طریقہ ہی سے معلوم کر لی جاتی ہے۔ پھر طَ کو

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

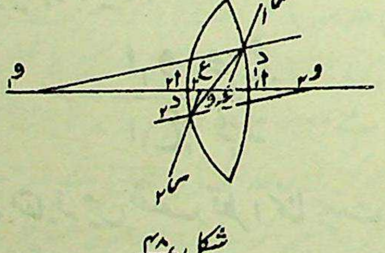
Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

خطِ شخص کے عقدی نقطہ ع۱ سے ملاتا ہوا ایک خطِ مستقیم کھینچا جاتا ہے اور خطِ خیال کے عقدی نقطہ ع۲ سے ع۲ قَ متوازی کھینچا جاتا ہے طَ ع۱ کے۔ یہ خطِ ا م کو جس نقطہ پر قطع کرتا ہے وہ یعنی قَ خیال ہوگا طَ کا۔

اساسی نقطوں کے محل یا تو تجربہ سے حاصل کیے جا سکتے ہیں یا حسابی عمل سے۔ اِن کو کسی خاص ترتیب میں واقع ہونے کی ضرورت نہیں۔

مسایل ذیل میں ہم صرف ایسے نظاموں کو اپنے پیش نظر رکھینگے
(۴۱) جن میں ابتدائی اور آخری واسطہ ہوا ہو اور بنا بریں ہمیں کسی نظام کے صدر مستویوں اور عقدی نقاط کی بجائے عام طور پر اس کے معادل مستویوں کا ذکر کرنا ہوگا۔

موٹا عدسہ : فرض کرو کہ ل۱ د۱ د۲ ل۲ ایک شعاع ہے جو ایک موٹے عدسہ میں سے بغیر انحراف کے گزر جاتی ہے۔ فرض کرو کہ اِس عدسہ کا مناظری مرکز (صفحہ ۴۹) و ہے اور اِس عدسہ کی دونوں سطحوں کے انحنائی مرکز و۱ اور و۲ ہیں۔ ل۱ د۱ کو اتنا بڑھاؤ کہ یہ محور سے ع۱ پر جا ملے اور ل۲ د۲ کو اتنا بڑھاؤ کہ یہ محور سے ع۲ پر جا ملے۔



شکل ۴۸

مثلث و۱ د۱ ع۱ میں جب و۱ د۱ ع۱ : جب د۱ و۱ و :: و۱ ع۱ : د۱ ع۱۔

مثلث و د۱ و۱ میں جب و د۱ و۱ : جب د۱ و۱ و :: و۱ و : و د۱۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

پس جب د۱و۱و کو ساقط کر دینے پر ہمیں حاصل ہوگا :

$$\frac{\text{جب و}_1\text{د}_1\text{ع}_1}{\text{جب و}_1\text{د}_1\text{و}} = \frac{\text{د}_1\text{و} \cdot \text{وع}_1}{\text{د}_1\text{ع}_1 \cdot \text{و}_1\text{و}}$$

لیکن د و۱د۱ع۱ مساوی ہے د۱ پر کے زاویہ وقوع کے اور د و۱د۱و مساوی ہے د۱ پر کے زاویہ انعطاف کے ۔ پس :

$$\text{م} = \frac{\text{جب و}_1\text{د}_1\text{ع}_1}{\text{جب و}_1\text{د}_1\text{و}}$$

جہاں م عدسہ کے شیشہ کا انعطاف نما ہے ۔

فرض کرو کہ نقطہ د۱ عدسہ کی سطح پر حرکت کرتے کرتے ا۱ پر پہنچ جاتا ہے ۔ اس دوران میں نقطہ ع۱ محور پر حرکت کرتا جاتا ہے ۔ جب د۱ ا۱ پہ پہنچ جائے تو ع۱ کا انتہائی محل خطۂ تشخص کا عقدی نقطہ ہوتا ہے ۔ اب ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{م} = \frac{\text{د}_1\text{و} \cdot \text{وع}_1}{\text{د}_1\text{ع}_1 \cdot \text{و}_1\text{و}}$$

انتہا میں چل کر یہ ہو جائیگا :

$$\text{م} = \frac{\text{ا}_1\text{و} \cdot \text{وع}_1}{\text{ا}_1\text{ع}_1 \cdot \text{و}_1\text{و}} .$$

اگر عدسہ کی موٹائی کے مقابلہ میں نصف قطر انحنا بہت ہی بڑا ہو تو وع۱ کو و۱و کے مساوی لکھا جا سکتا ہے ۔ تب

$$\text{م} = \frac{\text{ا}_1\text{و}}{\text{ا}_1\text{ع}_1}$$

اسی طرح یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ :

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

$$مہ = \frac{ا_۲ و}{ا_۲ ع_۲}$$

پس انعطاف نما ۱،۵۲ والے ایک متشاکل دوہرے محدب عدسہ کی صورت میں اِس کے عقدی نقطے اور اِس لیے اِس کے معادل مستوی اِس عدسہ کے اندر ہر ایک سطح سے تقریباً ایک تہائی دبازت پر واقع ہوتے ہیں۔ ایک متشاکل دوہرے مقعر عدسہ کی صورت میں بھی یہی نتیجہ صادق آتا ہے۔ (۴۲)

انعطاف نما مہ والے کسی مستوی محدب یا مستوی مقعر عدسہ کی صورت میں ایک عقدی نقطہ صریحاً اُس نقطہ پر واقع ہوتا ہے جہاں کہ محور منحنی سطح سے ملتا ہے اور اِس عدسہ کے مناظری مرکز پر منطبق رہتا ہے۔ اگر اِس عدسہ کی دبازت د ہو تو دوسرا عقدی نقطہ عدسہ کے اندر اور پہلے عقدی نقطہ سے فاصلہ $\frac{(مہ - ۱) د}{مہ}$ پر واقع رہتا ہے۔ یہ عقدی نقطے بلاشبہ ایک دوسرے کے خیال ہوتے ہیں اور اِس صورت میں عدسہ شیشہ کی مستوی متوازی رُخوں والی محض ایک سِلّی کی طرح عمل کرتا ہے، جس کے رُخ کے قریب کوئی نقطئی شخص رکھا ہوا ہو۔

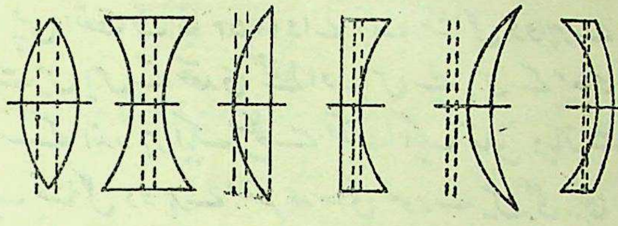
کسی ہلالی عدسہ یا غیر متشاکل دوہرے محدّب یا دوہرے مقعر عدسہ کی صورت میں اِس کے مناظری مرکز کا محل ترسیمی طریقہ سے بآسانی معلوم کرلیا جاسکتا ہے، اور اِسی طریقہ سے ثابت کیا جاسکتا ہے کہ معادل مستوی مناظری مرکز اور عدسہ کی سطحوں کے درمیانی فاصلوں کو مہ - ۱ اور ۱ کی نسبت میں تقسیم کرتے ہیں اور صریحاً مناظری مرکز سے قریب تر ہوتے ہیں۔

بعض صنفی صورتوں میں معادل مستویوں کے محل شکل ۴۹ میں دکھلائے گئے ہیں۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

کسی دبیز عدسہ کا معادل ماسکی طول معلوم کرنے کے لیے ہم صفحہ ۴۷ کے



شکل ۴۹

مساواتوں (۵) اور (۶) سے شروع کرتے ہیں جو حسبِ ذیل ہیں:

$$\frac{\text{مہ}}{\text{ف}} - \frac{۱}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}-۱}{\text{ص}_۱}$$

$$\frac{۱}{\text{خ}} - \frac{\text{مہ}}{\text{ف}+\text{د}} = \frac{۱-\text{مہ}}{\text{ص}_۲}$$

جہاں ش شخص کا فاصلہ ہے پہلی سطح سے، ف پہلے خیال کا فاصلہ ہے پہلی سطح سے اور خ آخری خیال کا فاصلہ ہے دوسری سطح سے۔ سابق میں ف کے مقابلہ میں د کو نظرانداز کر دیا گیا تھا لیکن صورت زیرِ بحث میں ایسا نہیں کیا جا سکتا۔

اُوپر کی مساواتوں کو ذیل کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے

$$\text{ف} = \frac{\text{مہ}}{\frac{\text{مہ}-۱}{\text{ص}_۱} + \frac{۱}{\text{ش}}}$$

$$\text{ف} + \text{د} = \frac{\text{مہ}}{\frac{۱}{\text{خ}} - \frac{۱-\text{مہ}}{\text{ص}_۲}}$$

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

پس ف کو ساقط کر دینے پر ہمیں حاصل ہوگا :-

(۴۳) $$\text{د} = \frac{\text{مہ}}{\frac{1}{\text{خ}} - \frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}_2}} - \frac{\text{مہ}}{\frac{1-\text{مہ}}{\text{ص}_1} + \frac{1}{\text{ش}}}$$

جس سے :

$$\frac{\text{د}}{\text{مہ}}\left\{1 - \text{خ}\,\frac{(\text{مہ}-1)}{\text{ص}_2}\right\}\left\{1 + \text{ش}\,\frac{(1-\text{مہ})}{\text{ص}_1}\right\}$$

$$= \text{خ}\left\{1 + \text{ش}\,\frac{(1-\text{مہ})}{\text{ص}_1}\right\} - \text{ش}\left\{1 - \text{خ}\,\frac{(\text{مہ}-1)}{\text{ص}_2}\right\}$$

یا

$$\text{ش خ}\left\{\frac{\text{د}}{\text{مہ}}\,\frac{(1-\text{مہ})^2}{\text{ص}_1\text{ص}_2} - \frac{(1-\text{مہ})}{\text{ص}_1} + \frac{(1-\text{مہ})}{\text{ص}_2}\right\}$$

$$+ \text{خ}\left\{\frac{\text{د}}{\text{مہ}}\cdot\frac{(1-\text{مہ})}{\text{ص}_2} - 1\right\} + \text{ش}\left\{\frac{\text{د}}{\text{مہ}}\cdot\frac{(1-\text{مہ})}{\text{ص}_1} + 1\right\} + \frac{\text{د}}{\text{مہ}} = 0$$

سہولت کے مدِ نظر اِن سروں کو ا ، ب ، ج ، د سے تعبیر کرو۔ چنانچہ مساواتِ بالا ذیل کی شکل میں لکھی جاسکیگی :

$$\text{ا ش خ} + \text{ب ش} + \text{ج خ} + \text{د} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (18)$$

اب یہ بآسانی ثابت کیا جاسکتا ہے کہ ب ج - ا د = -۱؛ بنابرین مساوات (۱۸) کی شکل ہو جائیگی :-

$$\text{ش خ} + \frac{\text{ب}}{\text{ا}}\,\text{ش} + \frac{\text{ج}}{\text{ا}}\,\text{خ} + \frac{\text{ب ج}}{\text{ا}^2} = \frac{\text{ب ج} - \text{ا د}}{\text{ا}^2}$$

یا

$$\left(\text{ش} + \frac{\text{ج}}{\text{ا}}\right)\left(\text{خ} + \frac{\text{ب}}{\text{ا}}\right) = -\frac{1}{\text{ا}^2} \quad \ldots\ldots\ldots (19)$$

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

اِسس کا مقابلہ مساوات (۱۲) کے ساتھ کرنے سے ظاہر ہو گا کہ مساواتوں

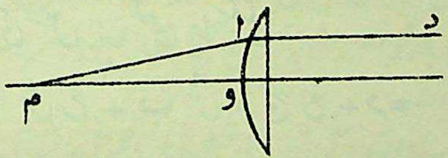
$\text{ش} + \frac{\text{ج}}{\text{ا}} = ۰$ اور $\text{خ} + \frac{\text{ب}}{\text{ا}} = ۰$ سے عدسہ کے ماسکی مستوی حاصل ہونگے

اور اِس کا معادل ماسکی طول م رشتہ ذیل سے حاصل ہو گا:

$$\frac{1}{\text{م}} = -\text{ا} = (\text{مہ} - 1)\left(\frac{1}{\text{ص}_1} - \frac{1}{\text{ص}_2} - \frac{\text{و}(\text{مہ} - 1)}{\text{مہ}\,\text{ص}_1\,\text{ص}_2}\right)$$

اِس کی علامت کے متعلق کوئی اشتباہ نہیں ہے کیونکہ جب $\text{د} = ۰$ تو م کی قیمت وہی ہونی چاہیے۔ جو ایک پتلے عدسہ کی صورت میں ہوتی ہے۔ یہ امر قابل غور ہے کہ مساوات (۱۹) میں ش اور خ ایک ہی نقطہ سے نہیں ناپے جاتے۔

کسی موٹے مستوی محدب یا مستوی مقعر عدسہ کا معادل ماسکی طول ضابطہ بالا سے مدد لیے بغیر ہی بآسانی معلوم کر لیا جا سکتا ہے۔ چنانچہ شکل نـ۵ پر غور کرو۔ فرض کرو کہ د ا محور کے متوازی ایک واقع شعاع ہے۔ یہ



شکل نـ۵

مستوی سطح میں سے بغیر کسی انحراف کے گزر جاتی ہے۔ اِس لیے عدسہ کی دوسری سطح پر ضابطہ

$$\frac{\text{مہ}_2}{\text{خ}} - \frac{\text{مہ}_1}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}_2 - \text{مہ}_1}{\text{ص}}$$

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

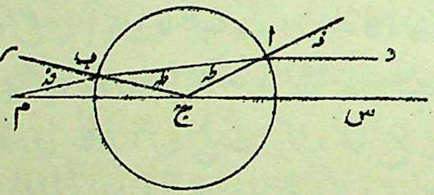
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

کے اطلاق کے لیے ہمیں لکھنا ہوگا ش = ∞، مہ‌ہ = ۱ اور مہ = مہ۔ اس سے حاصل ہوگا

خ = ص / (ا ـ مہ) (۴۴)

پس ج م = ص / (ا ـ مہ) اور چونکہ ج خطۂ خیال کا عقدی نقطہ ہے اس لیے ج م عدسہ کا ماسکی طول ہوتا ہے۔

کروی عدسہ:- ہوا سے گھرے ہوئے کسی کروی عدسہ کی صورت میں ظاہر ہے کہ اس کے دونوں عقدی نقطے کرہ کے مرکز پر منطبق ہو جاتے ہیں اور اس لیے اس کے دونوں صدر مستوی وہاں کے قطری مستوی کے ساتھ منطبق ہو جاتے ہیں۔



شکل ۱۵

اس کا معادل ماسکی طول معلوم کرنے کے لیے ایک شعاع د ا پر غور کرو جو عدسہ میں نقطہ ا پر داخل ہوتی ہے، نقطہ ب پر اس سے خارج ہو جاتی ہے اور محور کو نقطہ م پر قطع کرتی ہے۔ فرض کرو کہ ا پر زاویہ وقوع ف ہے زاویہ انعطاف ط اور یہ کہ اس کرہ کا نصف قطر ص اور اس کرہ کے مادّہ کا انعطاف نما مہ ہے۔ تب د ا ب ج = ط

اور د ب م = فہ۔ نیز چونکہ اج محور سے ایک چھوٹے زاویہ پر مائل ہے اس لیے زاویے فہ اور طہ چھوٹے ہوتے ہیں اور بنا بریں ہم جب فہ = مہ جب طہ کی بجائے فہ = مہ . طہ لکھ سکتے ہیں۔ اب د اج س = فہ؛ اس لیے د ب ج م = π - د ب ج ا - فہ = π - (π - ۲ طہ) - فہ = ۲ طہ - فہ اور بنا بریں د ب م ج = ۲ (فہ - طہ)

مثلث م ب ج میں:

$$\frac{\text{م ج}}{\text{ب ج}} = \frac{\text{جب م ب ج}}{\text{جب ب م ج}} = \frac{\text{جب فہ}}{\text{جب ۲ (فہ - طہ)}} = \frac{\text{فہ}}{\text{۲ (فہ - طہ)}}$$

کیونکہ زاویے چھوٹے ہیں۔ پس معادل ماسکی طول م ج

$$= \text{ب ج} \cdot \frac{\text{فہ}}{\text{۲ (فہ - طہ)}} = \frac{\text{مہ ص}}{\text{۲ (مہ - ۱)}}$$

ایک کروی انعطاف انگیز سطح کے اساسی نقطے:

فرض کرو کہ کروی سطح کی بائیں جانب کے واسطہ کا انعطاف نما مہ اور اس سطح کی داہنی جانب کے واسطہ کا انعطاف نما ا ہے۔ چنانچہ ظاہر ہے کہ اس کے دونوں متحدی نقطے اس سطح کے مرکز انحناء پر منطبق ہونگے چونکہ اس صورت میں ابتدائی اور آخری واسطے ایک ہی نہیں ہیں اس لیے صدرہ مستویاں ان متحدی نقطوں میں سے نہیں گزرتے۔

ضابطہ

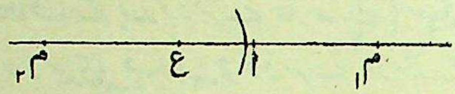
$$\frac{\text{مہ}}{\text{خ}} - \frac{\text{۱}}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ - ۱}}{\text{ص}}$$

میں ش اور خ کو یکے بعد دیگرے لامتناہی کے مساوی لکھنے پر معلوم ہوگا کہ خیال اور شخص کے نقطوں سے ماسکی مستوی م_2 اور م_1 پر واقع ہوتے ہیں جہاں $\text{ا م}_2 = \frac{\text{مہ ص}}{\text{(مہ - ۱)}}$ اور $\text{ا م}_1 = -\frac{\text{ص}}{\text{(مہ - ۱)}}$۔ صدرہ مستویاں

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

باہم منطبق ہو کر ا میں سے گزرتے ہیں۔

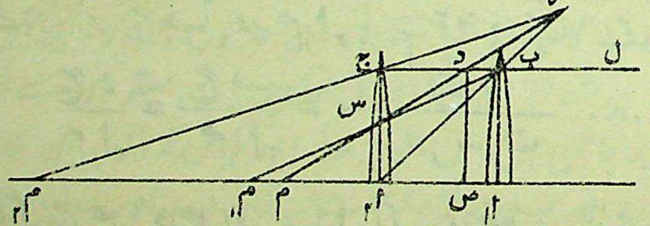
(۴۵) ایک کروی آئینہ کی صورت میں اس کے عقدی نقطے اس کے مرکز انحنا کے ساتھ منطبق ہوتے ہیں، اس کے دونوں صدر مستوی اس کی سطح کے ساتھ، اور اس کے ماسکی مستوی اس کے ماسکہ کے ساتھ۔ نیز کسی



شکل ۵۲

آئینہ کی صورت میں مساوات (۱۲) کا جملہ ب ج۔ ا د مثبت ہوتا ہے اور مساوات (۱۴) کی رو سے مختص کیے ہوئے ماسکی طول م۱ اور م۲ باہم مساوی اور ایک ہی علامت کے ہوتے ہیں۔

دو پتلے عدسے: دو ایسے پتلے عدسوں کی صورت میں جو ایک ہی محور پر واقع ہوں اور جن کا درمیانی فاصلہ ف ہو، ماسکی مستوی، معادل ماسکی طول اور عقدی نقطے سب کے سب ترسیمی عمل سے بآسانی معلوم کر لیے جا سکتے ہیں۔



شکل ۵۳

فرض کرو کہ پہلے عدسہ کا ماسکی طول فہ اور دوسرے عدسہ کا ماسکی طول

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

فہ۲ ہے۔ فرض کرو کہ ل ب (شکل ۵۳) ایک شعاع ہے جو پہلے عدسہ پر محور کے متوازی واقع ہو رہی ہے۔ چنانچہ انعطاف کے بعد یہ پہلے عدسہ کے ماسکہ م۱ میں سے گزریگی۔

اب نقطہ ب کا وہ خیال معلوم کرو جو دوسرے عدسہ کی وجہ سے بنتا ہے۔ اس کے لیے نقطہ ب سے حسب معمول دو شعاعیں کھینچو: ایک محور کے متوازی جو انعطاف کے بعد دوسرے عدسہ کے ماسکہ م۲ میں سے گزرتی ہے، اور دوسری ب ا۲ جو دوسرے عدسہ کے مرکز میں سے گزرتی ہے۔ یہ دونوں شعاعیں نقطہ س پر ملتی ہیں، اس لیے ب کا خیال دوسرے عدسہ کی وجہ سے س ہوگا۔ بنا بریں ب س کی سمت دوسرے عدسہ کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد س س ہوگی اور نقطہ م جہاں شعاع س س محور کو قطع کرتی ہے خطئہ خیال کا ماسکہ ہوگا۔

فرض کرو کہ شعاع س س، ب ج کو د پر قطع کرتی ہے۔ اس نقطہ د سے محور پر عمود د ص گراؤ۔ مستوی د ص خطئہ خیال کا معادل مستوی ہوگا کیونکہ خط د ص محور سے صریحاً اُس فاصلہ کو تعبیر کرتا ہے جس پہ شعاع ل ب خطئہ شخص کے معادل مستوی سے آملتی ہے۔ بنا بریں اس نظام کا معادل ماسکی طول ص م ہوگا۔

چونکہ خطوط ج ا۲، د م اور ب م۱ ایک ہی نقطہ پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں اور ج ب اور م۱ ا۲ باہم متوازی ہیں، اس لیے:

$$\frac{ج د}{م ا_۲} = \frac{ج ب}{م_۱ ا_۲} = \frac{ف}{- فہ_۱ - ت} \quad .... (۲۰)$$ (۴۶)

اسی طرح چونکہ ج م۲، د م اور ب ا۲ ایک ہی نقطہ پر ملتے ہیں۔ اس لیے:

$$\frac{د ب}{م ا_۲} = \frac{ج ب}{م_۲ ا_۲} = \frac{ف}{- فہ_۲} \quad .... (۲۱)$$

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

پس (۲۰) اور (۲۱) کو جمع کرنے سے ہمیں حاصل ہوگا

$$\frac{\text{جد}}{\text{ا}_2\text{م}} + \frac{\text{دب}}{\text{ا}_2\text{م}} = \frac{\text{ف}}{-\text{فہ}_1 - \text{ف}} + \frac{\text{ف}}{-\text{فہ}_2}$$

یا

$$\frac{\text{جب}}{\text{ا}_2\text{م}} = \frac{-\text{ف}(\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2 + \text{ف})}{(\text{فہ}_1 + \text{ف})\text{فہ}_2}$$

جس سے ہمیں حاصل ہوگا :

$$\text{ا}_2\text{م} = -\frac{(\text{فہ}_1 + \text{ف})\text{فہ}_2}{\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2 + \text{ف}}$$

پس اِس نظام کا معادل ماسکی طول جملہ ذیل سے حاصل ہوگا :

$$\text{صم} = \text{ص}\text{ا}_2 + \text{ا}_2\text{م} = \text{جد} + \text{ا}_2\text{م} = \text{ا}_2\text{م}\left(1 + \frac{\text{جد}}{\text{ا}_2\text{م}}\right)$$

$$= \frac{(\text{فہ}_1 + \text{ف})\text{فہ}_2}{\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2 + \text{ف}}\left(1 + \frac{\text{ف}}{-\text{فہ}_1 - \text{ف}}\right) \quad \text{مساوات (۲۰) سے}$$

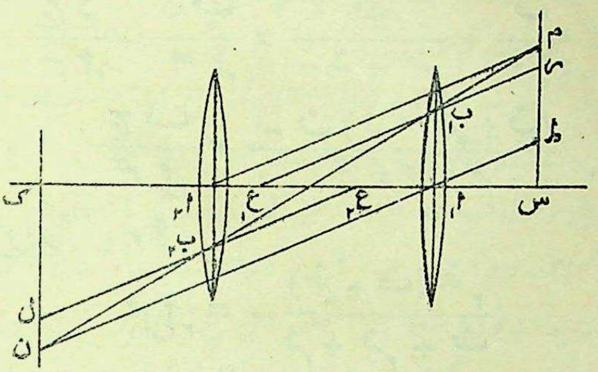
$$= \frac{\text{فہ}_1\text{فہ}_2}{\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2 + \text{ف}}$$

عقدی نقطے بطریق ذیل راست تر پیرایہ میں حاصل کیے جاسکتے ہیں۔ فرض کرو کہ ک ن ، عدسہ $\text{ا}_1\text{ب}_1$ کا ایک ماسکی مستوی ہے اور م س عدسہ $\text{ا}_2\text{ب}_2$ کا ایک ماسکی مستوی۔ اِن عدسوں کے مرکزوں میں سے کوئی دو متوازی شعاعیں $\text{ا}_1\text{ن}$ اور $\text{ا}_2\text{م}$ کھینچو جو اِن مستویوں سے نقاط ن اور م پر جا ملتی ہیں۔ ن م کو ملاؤ اور فرض کرو کہ یہ اِن عدسوں کو نقاط ب_1 اور ب_2 پر قطع کرتا ہے۔ نقاط ب_1 اور ب_2 میں سے $\text{ب}_1\text{ع}_1$ اور $\text{ب}_2\text{ع}_2$ پہلی دو شعاعوں کے متوازی کھینچو جو محور سے نقاط ع_1 اور ع_2 پر جا ملیں۔ چنانچہ شعاع ر ب_1 پہلے عدسہ کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد سمت $\text{ب}_1\text{ب}_2$ اختیار کرنی چاہیے کیونکہ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

یہ سمت شعاع ط ا₁ کو ن پر قطع کرتی ہے۔ اسی طرح شعاع ب₁ ب₂ کو



شکل ۵۵

دوسرے عدسہ کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد سمت ب₂ ل اختیار کرنا چاہیے۔ اس لیے اس عدسوی نظام میں سے ایک شعاع کا راستہ ر ب₁ ب₂ ل ہوتا ہے، خطۂ شخص کا عقدی نقطہ ع₁ ہے اور خطۂ خیال کا عقدی نقطہ ع₂ ہے۔

اب (۴۷)

$$\frac{\text{ا}_1\text{ع}_1}{\text{ا}_1\text{ا}_2} = \frac{\text{ط ر}}{\text{ط م}} = \frac{\text{ن ب}_1}{\text{ن م}} = \frac{\text{ک ا}_1}{\text{ک س}} = \frac{\text{فہ}_2}{\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2 + \text{ف}}$$

پس

$$\text{ا}_1\text{ع}_1 = -\frac{\text{فہ}_1\,\text{ف}}{\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2 + \text{ف}}$$

اسی طرح

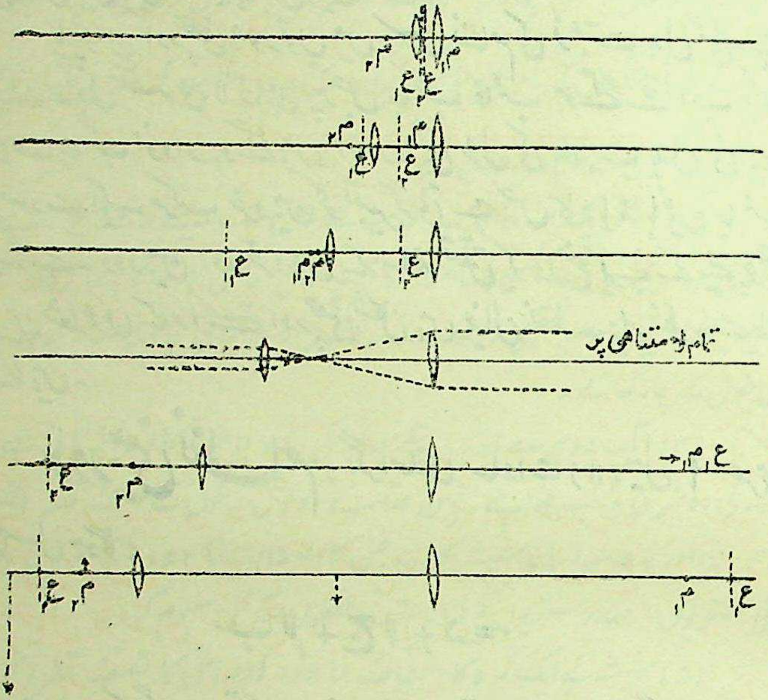
$$\text{ا}_2\text{ع}_2 = \frac{\text{فہ}_2\,\text{ف}}{\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2 + \text{ف}}$$

دو پتلے محدب عدسوں کے ایک نظام کی صورت میں جیسے جیسے ان کا درمیانی فاصلہ بتدریج بڑھایا جائے، ویسے ویسے اس نظام کے معادل مستویوں اور ماسکی مستویوں کے محل کا تغیر شکل ۵۵ میں

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

دکھلایا گیا ہے۔ اس میں ف۱ اور ف۲ کو بالترتیب ۳ اور ۱ مان لیا گیا ہے اور ت کو یکے بعد دیگرے قیمتیں ۵ء، ۵ء۱، ۵ء۲، ۰ء۴، ۵ء۵، اور ۷ء۰ دی گئی ہیں۔



شکل ۵۵

جس عدسہ کے ماسکی طول کو ف۲ سے تعبیر کیا گیا ہے وہ بائیں جانب واقع ہے۔

یہ امر قابل غور ہے کہ پہلے محل میں معادل مستوی ایک دوسرے کو عبور کیے ہوئے ہیں اور یہ کہ جیسے جیسے عدسوں کا درمیانی فاصلہ بڑھتا جاتا ہے ویسے ویسے اِس نظام کے معادل مستوی دور ہٹتے جاتے ہیں اور اِس کے ساتھ ساتھ معادل ماسکی طول میں اضافہ ہوتا جاتا ہے۔ دوسری اور تیسری شکلوں میں خطۂ شخص کا ماسکہ مجازی ہے۔

چوتھی صورت میں، جو ایک ایسی دُوربین کو تعبیر کرتی ہے جس کا

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

دہانہ داہنی جانب کا عدسہ ہے، تمام اساسی نقطے لاتناہی پر واقع ہوتے ہیں (۸۴)
اور اِس نظام میں داخل ہونے والی متوازی شعاعیں ہمیشہ متوازی شعاعوں ہی کی شکل میں اِس سے باہر آتی ہیں۔

پانچویں اور چھٹی صورتوں میں اِس نظام کی نوعیت بدل گئی ہے، اِس کے معادل مستوی لاتناہی پر جس جانب غائب ہوگئے تھے اب اُس کی مخالف جانب نمودار ہوگئے ہیں، اور ماسکی طول کی علامت بدل گئی ہے۔ چھٹی صورت ایک مرکب خردبین کو تعبیر کرتی ہے جس کا دہانہ بائیں جانب کا عدسہ ہے۔ دوربین اور خردبین کے ساتھ تعلق کو واضح کرنے کے لیے چوتھی شکل میں شعاعوں کے راستے اور چھٹی شکل میں خیال نقطہ دار خطوط سے ظاہر کیے گئے ہیں۔

دوربینی نظام: اگر اساسی مساوات (۱۲) میں ا صفر ہو تو ہمیں حاصل ہوگا:

$$ب\, لا_1 + ج\, لا_2 + د = ۰$$

اِس سے ظاہر ہے کہ اگر $لا_1$ لامتناہی ہو تو $لا_2$ بھی لامتناہی ہوگا، یا اگر $لا_2$ لامتناہی ہو تو $لا_1$ بھی لامتناہی ہوگا۔ اِس لیے جو شعاعیں اِس نظام میں متوازی داخل ہوتی ہیں وہ اِس سے متوازی ہی باہر نکلتی ہیں۔ ایسی صورت میں نظام کو **دوربینی نظام** کہتے ہیں۔ اِس کی ایک مثال شکل ۵۵ کی چوتھی صورت میں ملتی ہے۔

مثالیں

(۱) کسی مقعر یا محدّب کروی سطح پر کے انعکاس کی صورت میں ہلم ہولٹز کا کلیہ تکبیر ثابت کرو۔

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(۲) کسی پتلے عدسہ کے محور پر شخص کو بقدر ایک چھوٹے سے فاصلہ فرش ہٹایا جاتا ہے۔ خیال کے متناظر ہٹاؤ فرخ کے لیے ایک جملہ حاصل کرو۔ اگر محور پر رکھے ہوئے شخص مذکور کا طول فرش ہو اور اِس کے متناظر خیال کا طول فرخ ہو تو نسبت $\frac{\text{فرخ}}{\text{فرش}}$ کو طولی تکبیر کے نام سے موسوم کیا جا سکتا ہے۔ ثابت کرو کہ یہ طولی تکبیر معمولی عرضی تکبیر کے مربع کے مساوی ہوتی ہے۔

(۳) اگر ایک موٹے محدب عدسہ سے شخص ایک ایسے فاصلے پر رہے کہ عدسہ کی دوسری جانب اُسی جسامت کا ایک خیال حاصل ہو تو ثابت کرو کہ شخص اور خیال کا درمیانی فاصلہ منفی دونوں صدر نقطوں کا درمیانی فاصلہ مساوی ہوتا ہے ماسکی طول کے چار گنا کے۔

(۴) ایک دوہرے محدب پتلے عدسہ کی ایک جانب کا واسطہ پانی ہے اور عدسہ کی دوسری جانب ہوا ہے۔ اِس عدسہ کے دونوں رخوں کے نصف قطر انحنا ۲۰، ۲۰ سمر ہیں اور یہ عدسہ ایسے شیشہ کا ہے جس کا انعطاف نما ۱٫۵۲ ہے۔ اِس کے ماسکی مستویوں، صدر مستویوں، اور عقدی نقطوں کے محل معلوم کرو۔

(۵) شیشہ کے ایک کرہ کا انعطاف نما ۱٫۵ اور اس کا نصف قطر انحنا ۴ سمر ہے۔ اگر شخص اِس کرہ کے مرکز سے ۵ سمر کے فاصلہ پر واقع ہو تو اِس کا خیال کہاں بنیگا اور اِس خیال کی تکبیر کیا ہوگی؟

(۶) شیشہ کے ایک کروی عدسہ کا نصف قطر ا سمر اور انعطاف نما ۱٫۵۲ ہے۔ اِس عدسہ کی ایک جانب کا واسطہ ہوا ہے اور دوسری جانب کا واسطہ پانی۔ اِس کے ماسکی مستویوں صدر مستویوں اور عقدی نقطوں کے محل معلوم کرو۔ اور اِن کی مدد سے خیال کے محل اور اِس کی تکبیریں معلوم کرو جبکہ شخص ہوا میں کرہ کے مرکز سے (ا) ۴ سمر (ب) ۱٫۵ سمر کے فاصلہ پر واقع ہو۔

(۷) سابقہ سوال کے دوسرے حصّہ کو عدسہ کی دونوں سطحوں سے یکے بعد دیگرے کروی سطح پر کے انعطاف کا ضابطہ متعلق کرکے، حل کرو۔

(۸) اگر عدسوں کے ایک ایسے نظام کا ماسکی طول جس سے ایک حقیقی خیال

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

بن سکتا ہو م ہو اور اگر نظام کو اِس طرح ترتیب دیا جائے کہ اِس کی وجہ سے ایک شخص کا خیال خطۂ خیال سے صدر مستوی سے ایک میٹر کے فاصلے پر رکھے ہوئے ایک پردہ پر بنے تو ثابت کرو کہ اِس خیال کی تکبیر $\frac{۱۰۰}{م}-۱$ ہوگی۔

(۹) شیشہ کا ایک نصف کرہ جس کا نصف قطر ص اور انعطاف نما م (۴۹)
ہے ایک عدسہ کے طور پر استعمال کیا جاتا ہے اور اِس میں سے صرف وہ شعاعیں گزاری جاتی ہیں جو اِس کے محور کے ساتھ تقریباً منطبق رہتی ہیں۔ ثابت کرو کہ اِس کا ایک صدر نقطہ محور اور محدّب سطح کے نقطہ تقاطع پر منطبق رہتا ہے اور دوسرا صدر نقطہ عدسہ کے اندر مستوی سطح سے فاصلہ $\frac{ص}{م}$ پر واقع ہوتا ہے۔

نیز ثابت کرو کہ اِس عدسہ کا ماسکی طول $\frac{ص}{م-۱}$ کے مساوی ہے۔

(۱۰) انعطاف نما ۱٫۵۲ والے شیشہ کے ایک مستوی محدّب عدسہ کے کروی سطح کا نصف قطر انحنا ۲۴ سمر اور اِس عدسہ کی دبازت محور کی سمت میں ۲ سمر ہے۔ اِس کا ماسکی طول محسوب کرو اور خیال کا محل دریافت کرو جبکہ شخص (ا) محدّب رُخ کی جانب (ب) مستوی رُخ کی جانب، محدّب سطح سے ۵۰ سمر کے فاصلے پر واقع ہو۔

(۱۱) اگر سابقہ سوال کے عدسہ کی صورت میں کروی رُخ کے جانب کا واسطہ پانی ہو اور مستوی رُخ کے جانب کا واسطہ ہوا ہو تو اِس کے اساسی نقطوں کے محل دریافت کرو۔ اور خیال کے محل محسوب کرو جبکہ شخص ہوا میں مستوی رُخ سے ۵۰ سمر کے فاصلہ پہ واقع ہو۔

(۱۲) اگر دو ہم محور پتلے عدسوں کے ایک نظام میں عدسوں کے درمیانی فضاء کو پانی سے بھر دیا جائے تو اِس نظام کے معادل ماسکی طول کے ضابطہ کی شکل کیا ہو جائیگی ؟

(۱۳) دو مشابہ مستوی محدّب عدسوں کے مستوی رُخوں کو پہلے باہم ملائے رکھ کر پھر کسی قدر علٰحدہ کر دیا جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ اِس اجتماع کا ماسکی طول عدسوں کے جدا ہونے کی صورت میں بڑا ہوتا ہے بہ نسبت اس ماسکی طول

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

کے جو اِن کے تماس میں ہونے کی صورت میں ہوتا ہے ۔ نیز یہ بھی ثابت کرو کہ عدسوں کو جدا کر دینے پر صدر ماسکوں کے محل اپنی اپنی منحنی سطحوں سے قریب تر آجاتے ہیں ۔

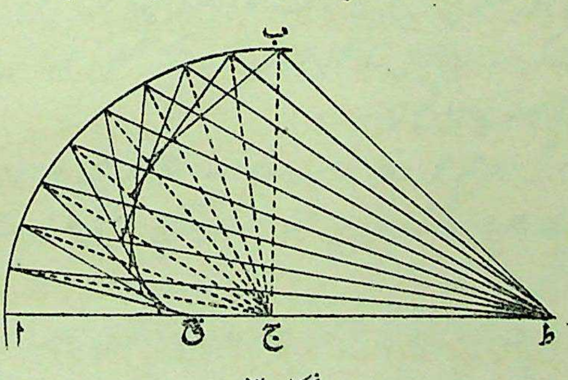
(۱۴) ایک مقعر آئینہ کے محور پر ماسکہ سے آگے ایک شخص واقع ہے ۔ شیشہ کی ایک تختی جس کی دبازت د اور جس کا انعطاف نما مہ ہے ماسکہ اور آئینہ کے درمیان محور پر عماداً رکھ دی جاتی ہے ۔ ثابت کرو کہ اِس کا اثر خیال کے محل پر ایسا ہی ہوتا ہے گویا کہ آئینہ کو شخص کی جانب بقدر فاصلہ $\frac{\text{د}(\text{مہ}-۱)}{\text{مہ}}$ ہٹایا گیا ہو۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

چوتھا باب

خیال کے نقائص

(۵۰) دوسرے باب میں ہم نے مان لیا تھا کہ آئینوں اور عدسوں پر واقع ہونے والی شعاعیں محور کے قریب رہتی ہیں اور اس سے صرف چھوٹے زاویے بناتی ہیں۔ اِس صورت میں ایک نقطی شخص کا خیال بھی نقطی ہوتا ہے۔ اب ہمیں اِس تحدید سے درگزر کرکے یہ تحقیق کرنا چاہیے کہ جب شعاعیں محور سے ایک قابل لحاظ زاویہ پر مائل ہوں تو کیا ہوتا ہے۔



شکل ۵۶

فرض کرو کہ ا ب ایک مقعر کروی آئینہ کی تراشش کو تعبیر کرتا ہے،

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ج اِس کا مرکزِ انحنا ہے اور ط ایک نقطی شخص ہے۔ اگر ط سے محور کے ساتھ مختلف زاویوں میں متسع ہونے والی شعاعیں کھینچی جائیں اور ہر شعاع کے لیے زاویہ انعکاس کو زاویہ وقوع کے مساوی بنایا جائے، تو ترسیمی طور پر یہ دیکھا جائیگا کہ انعکاس کے بعد اِن شعاعوں کے محل شکل ۵۱ کے مطابق ہوتے ہیں۔

صرف وہ شعاعیں جو ا کے قرب و جوار سے منعکس ہوتی ہیں، ط کے خیال ق میں سے گزرتی ہیں، دیگر شعاعیں محور کو ا اور ق کے درمیان قطع کرتی ہیں۔ کوئی دو شعاعیں جو آئینہ کے متصلہ نقاط سے منعکس ہوتی ہیں محور پر پہنچنے سے پہلے ہی ایک دوسرے کو قطع کرتی ہیں اور یہ نقاطِ تقاطع ایک منحنی پر واقع ہوتے ہیں جس کو آتشی منحنی کہا جاتا ہے۔ تمام منعکس شعاعیں اِس منحنی کو مس کرتی ہیں اور ق پر اُس کی ایک نوک[^۵] ہوتی ہے۔ اگر ط محور پر حرکت کرے تو اُس آتشی منحنی کی شکل بھی صریحاً بدلتی جاتی ہے۔ آتشی منحنی پر منعکس شعاعوں کے قریب آجانے کی وجہ سے اِس مقام پر رکھے ہوئے کاغذ یا کسی اور سفید سطح پر ایک منوّر منحنی بن جاتا ہے۔ اِس کی ایک عام مثال وہ ہے جب کہ دودھ سے تقریباً بھری ہوئی ایک چاء کی پیالی میں دھوپ، جو تقریباً افقی ہو، واقع ہوتی ہے۔ اِس صورت میں پیالی کی اندرونی سطح آئینہ کی طرح عمل کرتی ہے۔ آتشی منحنی کو حاصل کرنے کا ایک بہتر طریقہ یہ ہے کہ نصف دائرے کی شکل (۵۱)
میں مڑی ہوئی ایک مجلّیٰ فولادی کمانی کو نقشہ کشی کے تختہ پر رکھا جائے۔

اگر شکل ۵۱ کو محور ا ط کے گرد گھمایا جائے تو ہمیں شعاعوں کی ایک مستوی پنسل کی بجائے ط سے متسع ہونے والی ایک مجسّم مخروطی پنسل حاصل ہوگی اور آتشی منحنی ایک سطح مرتسم کریگی جس کو آتشی سطح کہتے ہیں۔ نیز وہ تمام شعاعیں جو ط سے محور کے ساتھ ایک ہی زاویہ بناتی ہوئی متسع ہوتی ہیں انعکاس کے بعد محور پر کے ایک ہی نقطہ میں سے گزرتی ہیں۔ بنا بریں محور پر ا سے ق تک ایک منوّر خط ہوگا اور یہ خط آتشی سطح کا ایک حصّہ سمجھا جاسکتا ہے۔ چاء کی پیالی سے انجام دیے ہوئے تجربہ سے کروی آئینہ سے پیدا شدہ آتشی منحنی کے متعلق ایک غلط خیال پیدا ہوسکتا ہے۔ چونکہ چاء کی پیالی اسطوانی ہوتی ہے اس لیے

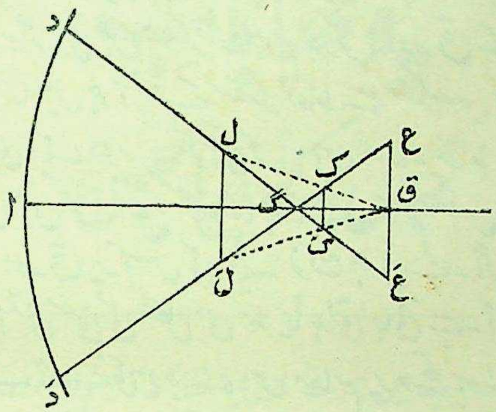
[^۵]: Cusp ھ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

یہ منوّر خط ا ق پیدا نہیں کرتی۔

شکل ۵۷ میں د دَ اُسی کروی آئینہ کے ایک چھوٹے سے حصّے کی تراشش کو تعبیر کرتا ہے۔ آئینہ کے حاشیہ سے آنے والی شعاعیں د گ اور دَ گ ایک دوسرے کو گ پر قطع کرتی ہیں اور ق حسب سابق وہ خیال



شکل ۵۷

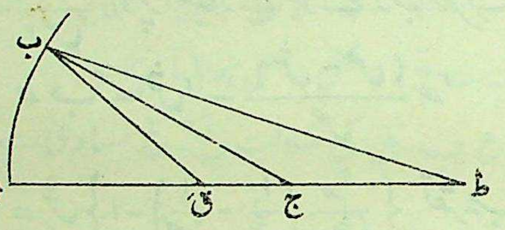
ہے جو محور کے ساتھ چھوٹا زاویہ بنانے والی شعاعوں کی وجہ سے بنتا ہے۔ آتشی منحنی کو نقطہ دار خط کے ذریعہ دکھلایا گیا ہے۔

اگر منعکس شدہ روشنی کو ل لَ پہ رکھے ہوئے ایک پردہ پر حاصل کیا جائے تو یہ روشنی ایک دائری دھبّہ پر مشتمل ہوگی جس کا کنارہ نسبتاً زیادہ روشن ہوگا۔ اگر اس پردہ کو گ کی طرف ہٹایا جائے تو روشنی کا دھبّہ چھوٹا ہوتا جائیگا اور گ پر پہنچ کر دھبّے کے مرکز پر ایک روشن نقطہ دکھائی دیگا۔ ک کَ پر روشنی کے دھبّہ کا قطر کمترین ہوگا، اِس کے بعد دھبّہ کے باہر ایک نسبتاً کم روشن منطقہ نمودار ہوگا اور سارے دھبّہ کا رقبہ بڑھتا جائیگا لیکن اِس کے مرکزی روشن حصّے کا رقبہ گھٹتا جائیگا۔ بالآخر ق پر ہمیں روشنی کا ایک بہت ہی منوّر نقطہ حاصل ہوگا جس کے گرد مدھم روشنی کی ایک دائری قرص ہوگی۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

دائرہ ک کَ، دائرۂ اقل التباس[1] کہلاتا ہے اور اس کو منور نقطہ کے اُس خیال کی جو اِس آئینہ کی وجہ سے بنتی ہے قریب ترین صورت سمجھی جاسکتی ہے فاصلہ گ قَ کو حاشیہ کی شعاع دگ کی طولی کروی ضلالت[2] یا محض ضلالت کہتے ہیں اور فاصلہ قَ ع کو اس کی عرضی کروی ضلالت[3] کہتے ہیں۔

(۵۲) **مقعر آئینہ کی کروی ضلالت:** اِس صورت میں ضلالت کی قدر معلوم کرنے کے لیے شکل ۵۵ پر غور کرو جس میں ط شخص ہے ج اس کا



شکل ۵۵

مرکز انحنا ہے اور قَ وہ نقطہ ہے جس پر محور کے ساتھ ایک وسیع زاویہ پر منعکس ہونے والی ایک شعاع انعکاس کے بعد محور کو قطع کرتی ہے۔ فرض کرو کہ اط = ش، اج = ص اور اقَ = خَ نیز فرض کرو کہ اب = ھ جو ایک ایسی مقدار ہے کہ $\frac{ھ}{ص}$ کے مکعب اور بلند تر قوتوں کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ بنا بریں ھ کی پیمائش خواہ قوس پر کی جائے یا اس کو محور سے ب کا عمودی فاصلہ مان لیا جائے بات ایک ہی ہوگی۔

مثلثہ ب ج ط میں $\frac{ج ط}{ط ب} = \frac{جب\ ج ب ط}{جب\ ط ج ب}$

[2] Longitudinal Spherical aberration

[1] Circle of least confusion

[3] Lateral spherical aberration

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

مثلث ب قَ ج میں $\frac{\text{قَ ج}}{\text{ب قَ}} = \frac{\text{جب قَ ب ج}}{\text{جیب ب ج قَ}}$

لیکن د ج ب ط = د قَ ب ج اور جب ط ج ب = جب ب ج قَ

اس لیے $\frac{\text{ج ط}}{\text{ط ب}} = \frac{\text{قَ ج}}{\text{ب قَ}}$ .... (۲۲)

اب $\text{ط ب}^2 = \text{ج ط}^2 + \text{ج ب}^2 + ۲\,\text{ج ط} \cdot \text{ج ب جم ا ج ب}$

$= (\text{ش} - \text{ص})^2 + \text{ص}^2 + ۲\,\text{ص}\,(\text{ش} - \text{ص})\ \text{جم}\ \frac{\text{ھ}}{\text{ص}}$

اور $\text{جم}\ \frac{\text{ھ}}{\text{ص}} = ۱ - \frac{\text{ھ}^2}{۲\,\text{ص}^2}$ اوپر اختیار کیے ہوئے رتبۂ تقریب کی حد تک

پس $\text{ط ب}^2 = \text{ش}^2 - \frac{(\text{ش} - \text{ص})}{\text{ص}}\,\text{ھ}^2$

اور $\text{ط ب} = \text{ش}\left\{۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{ش}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{۲\,\text{ش}}\right\}$ تقریباً

اسی طرح $\text{قَ ب} = \text{خَ}\left\{۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{خَ}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{۲\,\text{خَ}}\right\}$ تقریباً

مساوات (۲۲) سے ج ط × ب قَ = قَ ج × ط ب - اس میں اندراج کرنے پر ہمیں حاصل ہوگا:

$$(\text{ش} - \text{ص})\,\text{خَ}\left\{۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{خَ}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{۲\,\text{خَ}}\right\} = (\text{ص} - \text{خَ})\,\text{ش}\left\{۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{ش}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{۲\,\text{ش}}\right\}$$

یا طرفین کو ش خَ ص سے تقسیم کر دینے پر:

$$\left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{ش}}\right)\left\{۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{خَ}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{۲\,\text{خَ}}\right\} = \left(\frac{۱}{\text{خَ}} - \frac{۱}{\text{ص}}\right)\left\{۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{ش}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{۲\,\text{ش}}\right\}$$

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

پس

$$\frac{1}{\text{خ}'}+\frac{1}{\text{ش}}=\frac{2}{\text{ص}}+\left(\frac{1}{\text{ص}}-\frac{1}{\text{ش}}\right)\left(\frac{1}{\text{خ}'}-\frac{1}{\text{ص}}\right)\left(\frac{1}{\text{ش}}+\frac{1}{\text{خ}'}\right)\frac{\text{ه}^2}{2}\cdots(23)$$

چونکہ ه² ایک چھوٹی مقدار ہے اِس لیے اِس کے سر میں ہم خ′ کی بجائے خ لکھ سکتے ہیں ۔ جہاں خ محور کے ساتھ ایک چھوٹا زاویہ بنانے والی شعاعوں کے لیے خیال کا فاصلہ ہے ۔ بنابریں چونکہ $\frac{1}{\text{خ}}+\frac{1}{\text{ش}}=\frac{2}{\text{ص}}$ اِس لیے مساوات (٢٣) ہو جائیگی: (٥٣)

$$\frac{1}{\text{خ}'}+\frac{1}{\text{ش}}=\frac{2}{\text{ص}}+\left(\frac{1}{\text{ص}}-\frac{1}{\text{ش}}\right)^2\frac{\text{ه}^2}{\text{ص}}\cdots\cdots(24)$$

اِس مساوات سے قَ کا محل حاصل ہو جاتا ہے ۔

شعاع ب قَ کی ضلالت خَ ۔ خ مساوی ہے

$$\text{خ}\,\text{خ}'\left(\frac{1}{\text{خ}}-\frac{1}{\text{خ}'}\right)$$

$$=-\left(\frac{1}{\text{ص}}-\frac{1}{\text{ش}}\right)^2\cdot\frac{\text{ه}^2}{\text{ص}}\cdot\text{خ}\,\text{خ}'$$

$$=-\frac{\left(\frac{1}{\text{ص}}-\frac{1}{\text{ش}}\right)^2}{\left(\frac{2}{\text{ص}}-\frac{1}{\text{ش}}\right)^2}\cdot\frac{\text{ه}^2}{\text{ص}}$$

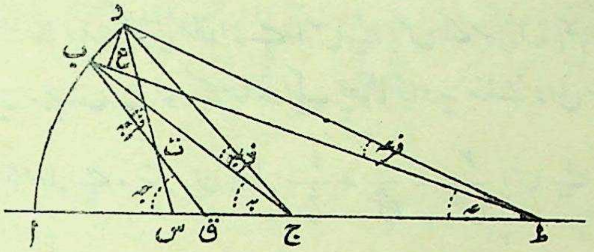
جبکہ خ = خَ لکھا جائے ۔

ابہامی انعکاس مقعر آئینہ پر: فرض کرو کہ ب د (شکل ۵۹) ایک مقعر کروی آئینہ کے ایک چھوٹے سے حصّہ کی تراشش ہے،

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اِس آئینہ کا مرکز انحناج ہے، اور منوّر نقطہ ط سے اِس آئینہ پر واقع ہونے والی شعاعیں ط ب اور ط د اِس آئینہ کے محور کے ساتھ ایک بڑا زاویہ بناتی ہیں



شکل ۵۹

فرض کرو کہ شعاع ط ب انعکاس کے بعد آئینہ کے محور سے نقطہ ق پر آملتی ہے اور شعاع ط د، ب ق کو ت پر اور محور کو س پر قطع کرتی ہے۔ زاویوں ب ط ج، ب ج ق اور ب ق ا کو عہ، بہ اور جہ سے تعبیر کرو اور فرض کرو کہ زاویے د ط ب، د ج ب اور د ت ب بالترتیب فرعہ، فربہ اور فرجہ ہیں۔ فرض کرو کہ ب ط = ش، ب ت = خ۱، ب ق = خ۲، ج ب = ص اور نقطہ ب پر زاویہ وقوع اور زاویہ انعکاس فہ ہے۔ بنا بریں

△ ق ب ط = △ ق ب ج + △ ج ب ط

جس سے ہمیں حاصل ہوگا:

خ۲ ش جب ۲ فہ = خ۲ ص جب فہ + ص ش جب فہ

جبکہ مشترک جز ضربی ½ کو حذف کر دیا جائے۔ طرفین کو ش خ۲ ص جب فہ سے تقسیم کر دینے سے ہمیں حاصل ہوگا:

۱/ش + ۱/خ۲ = ۲ جم فہ/ص .... (۲۵)

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

د سے ب ط پر عمود د ع کھینچو۔ تب چونکہ فرعہ ایک چھوٹا زاویہ ہے اِس لیے
د ع = د ط فرعہ = ش فرعہ۔ چونکہ ب د ایک چھوٹی قوس ہے اس لیے (۵۴)
ہم اِس کو ایک خطِ مستقیم مان لے سکتے ہیں۔ زاویہ ب د ع = فہ۔
اِس لیے د ع = ب د جم فہ پس ش فرعہ = ب د جم فہ

یا
$$\text{فرعہ} = \frac{\text{ب د جم فہ}}{\text{ش}}$$

اسی طرح
$$\text{فرجہ} = \frac{\text{ب د جم فہ}}{\text{خ}_{۱}}$$

اور
$$\text{فربہ} = \frac{\text{ب د}}{\text{ص}}$$

اب فہ = بہ - عہ = جہ - بہ - اِس لیے عہ + جہ = ۲ بہ - یہی رشتہ عہ، بہ اور جہ کے اضافوں کے درمیان بھی پایا جانا چاہیے۔ پس:

$$\text{فرعہ} + \text{فرجہ} = ۲\ \text{فربہ}$$

یا
$$\frac{\text{ب د جم فہ}}{\text{ش}} + \frac{\text{ب د جم فہ}}{\text{خ}_{۱}} = \frac{۲\ \text{ب د}}{\text{ص}}$$

اِس کو ب د جم فہ پر تقسیم کرنے سے ہمیں حاصل ہوگا:

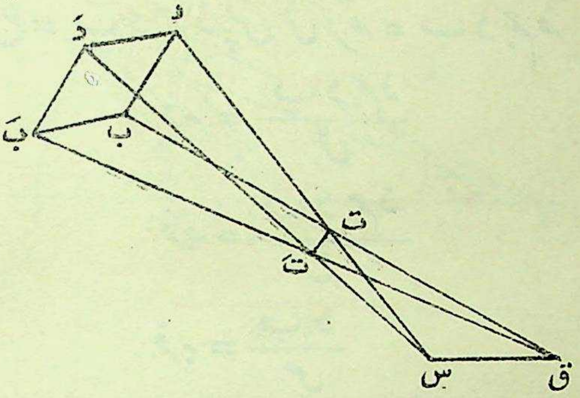
$$\frac{۱}{\text{ش}} + \frac{۱}{\text{خ}_{۱}} = \frac{۲}{\text{ص جم فہ}} \quad \ldots\ldots\ldots (۲۶)$$

اب اِس شکل کو ا ط کے گرد ایک چھوٹے سے زاویہ میں گھماؤ۔ یہی نتائج ہر آن کے محل کے لیے صادق آئینگے۔ ب د رقبہ کے ایک ایسے ٹکڑے کو مرتسم کریگا جس کی شکل تقریباً مستطیلی ہوگی۔ مثلث ط ب د نقطہ ط سے متسع ہونے والی شعاعوں کا ایک مجسم پنسل مرتسم کریگا۔ نقطہ ف ایک چھوٹا سا خط مرتسم کریگا اور منعکس شعاعیں اِس خط اور محور میں سے گزرینگی۔ یہ تمام

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

باتیں شکل ۲۰ میں زیادہ واضح طور پر دکھلائی گئی ہیں جس میں ب د د َ ب َ، ب د کا مرتسم کردہ رقبہ ہے، ت ت َ، نقطہ ت کا مرتسم کردہ خط ہے، اور س ق محور ہے۔



شکل ۲۰

پس کسی نقطہ سے منتشع ہونے والی شعاعوں کی ایک پنسل مقعر آئینہ کے ایک ٹکڑے پر مائل وضع میں منعکس ہونے کے بعد دو چھوٹے خطوط پر مستدق ہوتی ہے، جن میں سے ایک اس پنسل کے صدر شعاع اور آئینہ کے مرکز انحناء کو لیے ہوئے مستوی میں واقع ہوتا ہے اور دوسرا اس مستوی کے علی القوائم۔ اِن خطوں کو ماسکی خطوط کہتے ہیں، ت ت َ پہلا ماسکی خط کہلاتا ہے، س ق دوسرا ماسکی خط کہلاتا ہے اور ان کے محل مساواتوں (۲۶) اور (۲۵) سے حاصل ہوتے ہیں۔

اگر شعاعوں کی پنسل کے راستہ میں ایک ماسکی خط کے قریب ایک پردہ رکھا جائے تو اس پر روشنی کا ایک غیر منتظم دھبہ حاصل ہوگا جس کا یا تو طول بیحد چھوٹا ہوگا یا عرض۔ لیکن اِن ماسکی خطوط کے درمیان ایک خاص مقام پر اس دھبہ کے طول اور عرض باہم مساوی ہونگے اِس مقام کو دائرہ اقل التباس کہتے ہیں کیونکہ عام صورت میں اس دھبہ کی

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

شکل تقریباً دائری ہو جاتی ہے۔ اس کو ہم نقطہ ط کا ایک مسخ خیال سمجھ سکتے ہیں۔ جو شکس شعاعوں سے پیدا کیے ہوئے خیال کا قریب ترین تقرب ہے۔

شکل ۸۲ میں دکھلائی ہوئی جیسی پنسل جو کسی مقام پر بھی ایک نقطہ میں سے نہیں گزرتی ابہامی پنسل کہلاتی ہے۔ انگریزی میں اس کو (Astigmatic pencil) کہتے ہیں جو یونانی الفاظ a بمعنی نہیں، اور (stigma) بمعنی نقطہ کا مشتق ہے۔ ماسکی خطوط کے درمیانی فاصلہ کو ابہامی فرق کہا جاتا ہے۔ اور اس کی قیمت جملہ ذیل سے حاصل ہوتی ہے:

$$\text{ابہامی فاصلہ} \quad \text{خ}_2 - \text{خ}_1 = \text{خ}_1 \text{خ}_2 \left(\frac{1}{\text{خ}_1} - \frac{1}{\text{خ}_2} \right) \quad (۵۵)$$

$$= \text{خ}_1 \text{خ}_2 \left(\frac{2}{\text{ص جم فہ}} - \frac{2\,\text{جم فہ}}{\text{ص}} \right)$$

$$= \frac{2\,\text{خ}_1 \text{خ}_2}{\text{ص}} \text{جب فہ مس فہ}$$

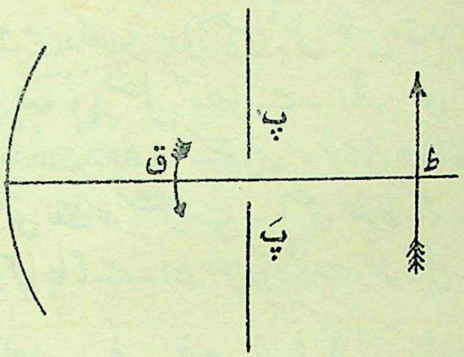
پس یہ فرق زاویہ وقوع کے ساتھ بہت تیزی سے بڑھتا جاتا ہے۔

انحنا اور مسخ: اب تک ہم نقطی شخصوں سے بحث کرتے رہے ہیں شکل ۸۶ میں ط پر ایک خطی شخص دکھلایا گیا ہے۔ اس کے ہر ایک نقطہ سے لیے شکل میں دکھلائے ہوئے مقعر آئینہ کی وجہ سے بننے والے خیال کا محل ابتدائی ضابطہ سے محسوب کر لیا جائے تو یہ تمام خیال ق پر دکھلائے ہوئے معکوس منحنی پیکان پر واقع پائے جاتے ہیں۔ اگر آئینہ کے مرکز انحنا پر ایک ایسا پردہ پ ب رکھ دیا جائے جس میں ایک چھوٹا سا ثقبہ بنا ہوا ہو تو ط کے ہر ایک نقطہ کا خیال صرف ایک مرکزی باریک پنسل کی وجہ سے بنیگا
اور کروی ضلالت اور ابہامیت کے نقایص کلیتہً ساقط ہو جائینگے لیکن اس (۵۶)
سے خیال کی تنویر گھٹ جائیگی۔ یہ صحیح مقام پر ترتیب دیے ہوئے ایک

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

روک (stop) کے اثر کی ایک دلچسپ مثال ہے ۔ چونکہ شخص کے تمام نقاط آئینہ سے ایک ہی فاصلے پر واقع نہیں ہوتے جب کہ اِن کے فاصلے مرکز انحنا میں



شکل ۶۱

سے گزرنے والے خطِ مستقیم کی سیدھ میں ناپے جائیں اِس لیے شخص کے سروں کی تکبیر اِس کے وسطی حصّے کی تکبیر سے مختلف ہوتی ہے ۔

اِس لیے اِس صورت میں دو نئے نقایص پیدا ہو جاتے ہیں جن کو خیال کا انحنا اور مسخ کہتے ہیں ۔

محدّب کروی آئینہ کے انعکاس سے حاصل ہونے والے آتشی منحنی یہ اِس آئینہ کی صورت میں حاشیئی شعاع کی ضلالت اور ایک باریک پنسل نے ابہامی انعکاس پر بالکل اُسی طرح غور کیا جا سکتا ہے جس طرح کہ اوپر مقعر آئینہ کی متناظر صورت میں کیا گیا ہے ۔

وسیع زاویہ والی پنسل کا انعطاف کروی سطح پر :

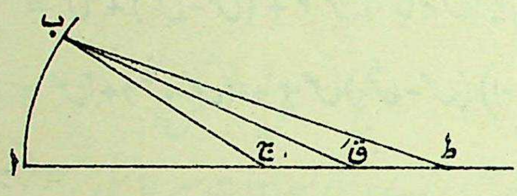
اگر محور کے ساتھ وسیع زاویہ والی شعاعوں کی ایک پنسل کسی نقطہ سے متسع ہو کر ایک کروی سطح پر منعطف ہو جائے تو یہ شعاعیں انعطاف کے بعد، جیسا کہ انعکاس کی مماثل صورت میں ہوتا ہے، ایک نقطہ میں سے نہیں گزرتیں بلکہ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ایک آتشی سطح کو مس کرتی ہیں جس کی نوک محور پر ہوتی ہے۔ چنانچہ اِس صورت میں بھی ہمیں ضلالت اور دائرۂ اقل التباس کے وہی مظاہر حاصل ہوتے ہیں۔

ایک حاشئی شعاع انعطاف کے بعد محور سے جس نقطہ پر آملتی ہے اُس کا محل معلوم کرنے کے لیئے شکل ٦٧ پر غور کرو۔ ط ب ایک ایسی شعاع ہے جو ہوا میں سے



شکل ٦٧

انعطاف نما مہ والے واسطہ کی ایک کروی سطح ا ب پر واقع ہوتی ہے۔ ج اِس سطح کا مرکز انحنا ہے۔ فرض کرو کہ ط ب کے انعطاف کے بعد اِس کے راستہ کو پیچھے کی طرف بڑھانے پر یہ ب قَ سے تعبیر ہوتا ہے اور فاصلہ ا ب مساوی ہے ہ کے۔ جیسا کہ صفحہ ۹۵ پر بتایا گیا ہے ہ ایک ایسی مقدار ہے کہ $\frac{\text{ہ}}{\text{ص}}$ کے مکعب اور بلند تر قوتوں کو نظر انداز کر دیا جا سکتا ہے۔

فرض کرو کہ ا ط = ش، ا قَ = خَ اور ا ج = ص

چنانچہ مثلث ب ج ط میں $\frac{\text{ج ط}}{\text{ط ب}} = \frac{\text{جب ج ب ط}}{\text{جب ط ج ب}}$

اور مثلث ب ج قَ میں $\frac{\text{ج قَ}}{\text{قَ ب}} = \frac{\text{جب ج ب قَ}}{\text{جب قَ ج ب}}$

لیکن جب ج ب ط = مہ جب ج ب قَ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

بنا بریں

$$\frac{\text{ج ط}}{\text{ط ب}} = \text{مہ}\ \frac{\text{ج ق}'}{\text{ق}'\text{ ب}}$$

یا

$$\text{ج ط} \times \text{ق}'\text{ ب} = \text{مہ ج ق}' \times \text{ط ب} \quad \ldots\ldots (۲۷)$$

اب

$$\text{ب ط}^{۲} = \text{ب ج}^{۲} + \text{ج ط}^{۲} + ۲\ \text{ب ج} \times \text{ج ط جم ا ج ب}$$

$$= \text{ص}^{۲} + (\text{ش} - \text{ص})^{۲} + ۲\ \text{ص}\ (\text{ش} - \text{ص})\ \text{جم}\ \frac{\text{ھ}}{\text{ص}}$$

$$= \text{ص}^{۲} + (\text{ش} - \text{ص})^{۲} + ۲\ \text{ص}\ (\text{ش} - \text{ص}) \left(۱ - \frac{\text{ھ}^{۲}}{۲\ \text{ص}^{۲}}\right)$$

مضمرہ تقرب کے رتبہ تک

$$= \text{ش}^{۲} - (\text{ش} - \text{ص})\ \frac{\text{ھ}^{۲}}{\text{ص}} \qquad (۵۷)$$

پس اس امر کو ملحوظ رکھتے ہوئے کہ ھ۲ ایک بہت چھوٹی مقدار ہے ، ہمیں حاصل ہوگا :

$$\text{ب ط} = \text{ش} \left\{ ۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{ش}}\right) \frac{\text{ھ}^{۲}}{۲\ \text{ش}} \right\}$$

اور اسی طرح

$$\text{ب ق}' = \text{خ}' \left\{ ۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{خ}'}\right) \frac{\text{ھ}^{۲}}{۲\ \text{خ}'} \right\}$$

مساوات (۲۷) میں یہ قیمتیں درج کرنے سے حاصل ہوگا :-

$$\text{مہ}\ (\text{خ}' - \text{ص})\ \text{ش} \left\{ ۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{ش}}\right) \frac{\text{ھ}^{۲}}{۲\ \text{ش}} \right\}$$

$$= (\text{ش} - \text{ص})\ \text{خ}' \left\{ ۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{خ}'}\right) \frac{\text{ھ}^{۲}}{۲\ \text{خ}'} \right\}$$

یا

$$\text{مہ} \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{خ}'}\right) \left\{ ۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{ش}}\right) \frac{\text{ھ}^{۲}}{۲\ \text{ش}} \right\}$$

$$= \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{ش}}\right) \left\{ ۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{خ}'}\right) \frac{\text{ھ}^{۲}}{۲\ \text{خ}'} \right\}$$

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

یا $$\frac{\text{مہ}}{\text{خَ}}-\frac{1}{\text{ش}}=\frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}}+\left(\frac{1}{\text{ص}}-\frac{1}{\text{خَ}}\right)\left(\frac{1}{\text{ص}}-\frac{1}{\text{ش}}\right)\left(\frac{1}{\text{خَ}}-\frac{\text{مہ}}{\text{ش}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{2}$$

چونکہ ھ² ایک چھوٹی مقدار ہے اِس لیے ھ² کے سر میں خَ کی بجائے خ درج کیا جا سکتا ہے جہاں خ خیال کا فاصلہ ہے اُن شعاعوں کی صورت میں جو محور کے ساتھ ایک چھوٹے زاویہ پر مائل ہوں، اور جس کی قیمت مساوات ذیل سے حاصل ہو گی :

$$\frac{\text{مہ}}{\text{خ}}-\frac{1}{\text{ش}}=\frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}}$$

پس قَ کے محل کو متعین کرنے والی مساوات ہو جائیگی :

$$\frac{\text{مہ}}{\text{خَ}}-\frac{1}{\text{ش}}=\frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}}+\frac{1}{\text{مہ}^2}\left(\frac{1}{\text{ص}}-\frac{1}{\text{ش}}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ش}}+\frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}}-\frac{\text{مہ}^2}{\text{ش}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{2}$$

$$=\frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}}+\frac{\text{مہ}-1}{\text{مہ}^2}\left(\frac{1}{\text{ص}}-\frac{1}{\text{ش}}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}}-\frac{\text{مہ}+1}{\text{ش}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{2}\quad\cdots(۲۸)$$

پتلے عدسہ کی کُروی ضلالت

: اب قابل نظر انداز دبازت والے ایک عدسہ کی دونوں سطحوں پر مساوات (۲۸) کا اطلاق کرینگے۔ دوسرے باب کی ترقیم کے مطابق فرض کرو کہ شخص کا فاصلہ عدسہ سے ش ہے، پہلے اور دوسرے رُخوں کے نصف قطر انحنا ص_1 اور ص_2 ہیں عدسہ کے مادّہ کا انعطاف نما مہ ہے، عدسہ سے اُس نقطہ کا فاصلہ جہاں بر حاشئی شعاع کی سمت پہلے انعطاف کے بعد محور کو قطع کرتی ہے ف ہے اور دوسرے انعطاف کے بعد متناظر فاصلہ خَ ہے۔

چنانچہ پہلے انعطاف کے لیے :

$$\frac{\text{مہ}}{\text{ف}}-\frac{1}{\text{ش}}=\frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}_1}+\frac{\text{مہ}-1}{\text{مہ}^2}\left(\frac{1}{\text{ص}_1}-\frac{1}{\text{ش}}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_1}-\frac{\text{مہ}+1}{\text{ش}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{2}$$

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اور دوسرے انعطاف کے لیے اِس مفروضہ پر کہ شعاع کی سمت اُلٹ گئی ہے :

$$\frac{\text{مہ}}{\text{ف}} - \frac{1}{\text{خَ}} = \frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}_2} + \frac{\text{مہ}-1}{\text{مہ}^2}\left(\frac{1}{\text{خَ}} - \frac{1}{\text{ص}_2}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_2} - \frac{\text{مہ}+1}{\text{خَ}}\right)\frac{\text{ہ}^2}{2}$$

عمل تفریق سے :

$$\frac{1}{\text{خَ}} - \frac{1}{\text{ش}} = (\text{مہ}-1)\left(\frac{1}{\text{ص}_1} - \frac{1}{\text{ص}_2}\right) + \frac{\text{مہ}-1}{\text{مہ}^2}\left\{\left(\frac{1}{\text{ش}} - \frac{1}{\text{ص}_1}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_1} - \frac{\text{مہ}+1}{\text{ش}}\right) - \left(\frac{1}{\text{ص}_2} - \frac{1}{\text{خَ}}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_2} - \frac{\text{مہ}+1}{\text{خَ}}\right)\right\}\frac{\text{ہ}^2}{2}$$

ہ² کے سر میں خَ کی بجائے محوری شعاعوں کے لیے اِس کی قیمت خ استعمال کی جا سکتی ہے جو مساوات ذیل سے حاصل ہوتی ہے : (۵۸)

$$\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ش}} = (\text{مہ}-1)\left(\frac{1}{\text{ص}_1} - \frac{1}{\text{ص}_2}\right)$$

پس :

$$\frac{1}{\text{خَ}} - \frac{1}{\text{ش}} = (\text{مہ}-1)\left(\frac{1}{\text{ص}_1} - \frac{1}{\text{ص}_2}\right) + \frac{\text{مہ}-1}{\text{مہ}^2}\left\{\left(\frac{1}{\text{ش}} - \frac{1}{\text{ص}_1}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_1} - \frac{\text{مہ}+1}{\text{ش}}\right) - \left(\frac{1}{\text{ص}_2} - \frac{1}{\text{خ}}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_2} - \frac{\text{مہ}+1}{\text{خ}}\right)\right\}\frac{\text{ہ}^2}{2}$$

$$\text{حاشئی شعاع کی ضلالت} = \text{خَ} - \text{خ}$$

$$= \left(\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{خَ}}\right)\text{خ}\,\text{خَ} = -\frac{\text{مہ}-1}{\text{مہ}^2}\left\{\left(\frac{1}{\text{ص}_1} - \frac{1}{\text{ش}}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_1} - \frac{\text{مہ}+1}{\text{ش}}\right) - \left(\frac{1}{\text{ص}_2} - \frac{1}{\text{خ}}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_2} - \frac{\text{مہ}+1}{\text{خ}}\right)\right\}\frac{\text{خ}^2\text{ہ}^2}{2} \quad \ldots\ldots (۲۹)$$

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

پتلے عدسہ کی کروی ضلالت جبکہ شخص لاتناہی پر

ہو: - مساوات (۲۹) میں ش = ∞ اور خ = م درج کرنے پر یہ جملہ ہوجائیگا :

$$-\frac{مہ-1}{مہ^2}\left\{\frac{1}{ص_1^3}-\left(\frac{1}{ص_2}-\frac{1}{م}\right)^2\left(\frac{1}{ص_2}-\frac{مہ+1}{م}\right)\right\}\frac{م^2ھ^2}{2} \quad \ldots\ldots (30)$$

$\frac{ص_1}{ص_2}$ کی بجائے صہ لکھنے سے :

$$\frac{1}{م}=(مہ-1)\left(\frac{1}{ص_1}-\frac{1}{ص_2}\right)=\frac{(مہ-1)(1-صہ)}{ص_1}=\frac{(مہ-1)(1-صہ)}{صہ\,ص_2} \quad \ldots (31)$$

ان مساواتوں کی مدد سے مساوات (۳۰) سے $ص_1$ اور $ص_2$ کو ساقط کردینے پر ہمیں حاصل ہوگا :

$$\frac{-ھ^2\left\{2-2مہ^2+مہ^3+صہ\,(مہ+2مہ^2-2مہ^3)+صہ^2مہ^3\right\}}{م\ 20\ مہ\,(مہ-1)^2\,(1-صہ)^2} \quad \ldots (32)$$

اگر عدسہ دوہرا محدب یا دوہرا مقعر ہو تو صہ منفی ہوتا ہے، اگر یہ محدب مقعر یا مقعر محدب ہو تو صہ مثبت ہوتا ہے۔

اگر شمار کنندہ میں قوسین کے اندر کے جملہ کو صہ کا دو درجی تفاعل سمجھا جائے تو اس کا ممیز حسب ذیل ہوگا :

$$(مہ+2مہ^2-2مہ^3)^2-4مہ^3(2-2مہ^2+مہ^3)$$
$$=مہ^2(1-4مہ)$$

چونکہ مہ کی قیمت عملاً ۱٫۵ اور ۲ کے درمیان ہی پائی جاتی ہے اس لیے یہ ہمیشہ منفی ہوتا ہے۔ بنا بریں اس تفاعل کے صفر خیالی ہوتے ہیں اور صہ کے تغیر کے ساتھ ساتھ اس تفاعل کی علامت نہیں بدلتی۔ لیکن جب

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

صہ = ۰ تو یہ مثبت ہوتا ہے لہذا یہ ہمیشہ مثبت ہوتا ہے اور اس لیے رَخ۔رخ
کی علامت وہی ہوتی ہے جو۔ م کی۔ پس انحنائی نصف قطروں کی نسبت
خواہ کچھ ہی کیوں نہ ہو حاشئی شعاعیں محوری شعاعوں کے مقابلہ میں عدسہ
سے قریب تر مقام پر ماسکہ میں آتی ہیں۔ ایک واحد پتلے عدسہ کی صورت
میں اس ضلالت کو صفر کبھی نہیں کہا جاسکتا لیکن ایک محدّب اور ایک مقعر
عدسہ کو اس طرح ترکیب دیا جاسکتا ہے کہ اس مرکب عدسہ کی ضلالت
صفر ہو جائے۔

فرض کرو کہ ھ، م اور مہ کی قیمتیں دی گئی ہیں اور یہ دریافت کرنا
مطلوب ہے کہ صہ کی کس قیمت کے لیے ضلالت کی قیمت اقل ہوتی ہے۔
مساوات (۳۲) کو صہ کے لحاظ سے تفرق کر کے نتیجہ کو صفر کے مساوی رکھنے پر
ہمیں حاصل ہوگا:

$$\text{صہ} = \frac{\text{۲مہ}^{۲} - \text{مہ} - \text{۴}}{\text{مہ}\,(\text{۱} + \text{۲مہ})} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (\text{۳۳})$$

اس سے صریحاً اقل قیمت ہی حاصل ہوگی کیونکہ صرف یہی ایک موثر کی قیمت (۵۹)
ہے اور صہ = ا کے لیے یہ جملہ لامتناہی ہو جاتا ہے۔ اگر مساوات (۳۳)
میں مہ کی قیمت ۱،۵ کے مساوی لکھی جائے تو صہ کی قیمت - $\frac{۱}{۷}$ ہو جاتی ہے
اور مہ کو ۲ کے مساوی رکھا جائے تو صہ + $\frac{۱}{۵}$ ہو جاتا ہے۔ ہر دو صورتوں
میں مساوات (۳۱) کی رو سے ص کی علامت وہی ہونی چاہیے جو کہ م
کی ہوتی ہے اس لیے اگر محدّب عدسہ درکار ہو تو پہلی صورت میں اس کو
دوہرا محدّب ہونا چاہیے اور نور پہلے اس کے زیادہ منحنی رُخ پر واقع
ہونی چاہیے، اور دوسری صورت میں اس کو محدّب ہلالی ہونا چاہیے
اور نور پہلے اس کے زیادہ منحنی رُخ پر واقع ہونی چاہیے۔ جس عدسے
کے انحناؤں کی نسبت اس طرح منتخب کی گئی ہو کہ اس کی کروی ضلالت
کی قیمت اقل ہو جائے اُس کو متقاطع (erossed) عدسہ کہتے ہیں۔
اعداد مندرجۂ جدولِ ذیل جو ڈرو ڈ* کے "علم مناظر" سے

* Drude

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

لیے گئے ہیں یہ بتلاتے ہیں کہ کسی عدسہ کی طولی ضلالت کی قیمت مہ اور صہ کے ساتھ ساتھ کیسے بدلتی جاتی ہے جبکہ اس کے ماسکی طول م اور اس کے نصف قطر ھ کی قیمتیں مستقل اور بالترتیب ایک میٹر اور ۱۰ سمر رکھی جائیں۔

عدسہ کی شکل	مہ = ۱٫۵		مہ = ۲٫۰	
	صہ	ضلالت	صہ	ضلالت
سامنے کی سطح مستوی	∞	۴٫۵ سمر	∞	۲٫۰ سمر
متماثل۔	۱−	۱٫۴۷ ″	۱−	۱٫۰ ″
پیچھے کی سطح مستوی	۰	۱٫۱۶ ″	۰	٫۵۰ ″
اقل ضلالت کی شکل	$-\frac{1}{6}$	۱٫۰۷ ″	$+\frac{1}{5}$	٫۴۴ ″

جدول بالا سے واضح ہوگا کہ ایک مستوی محدب عدسہ کے مقابلہ میں متقاطع عدسہ میں کوئی نمایاں خوبی نہیں پائی جاتی اور نیز یہ کہ انعطاف نما کو بڑھانے سے ضلالت معتدبہ طور پر گھٹ جاتی ہے۔

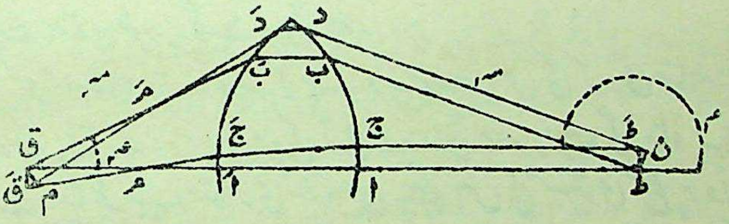
کسی مستوی محدب عدسہ کو پلٹ دینے سے اس کی کروی ضلالت پر بہت کچھ اثر پڑتا ہے۔ اس بات کی توقع ابتدائی تصورات کی بناء پر بھی ہوسکتی ہے۔ چنانچہ جب متوازی شعاعیں پہلے اس کی مستوی سطح پر واقع ہوتی ہیں تو سارا انعطاف اس کی کروی سطح ہی پر عمل میں آتا ہے، لیکن جب یہ پہلے منحنی سطح پر واقع ہوتی ہیں تو ان کا انعطاف دونوں رخوں کے درمیان منقسم ہو جاتا ہے اور زاویہ وقوع کو بہت زیادہ بڑا ہونا نہیں پڑتا۔ ابتدائی نظریہ میں جہاں ضلالت سے چشم پوشی کی جاتی ہے جب فہ = مہ جب طہ کی بجائے فہ = مہ طہ کا اندراج درست مان لیا جاتا ہے۔ اب فرض کرو ہم اس کے پھیلاؤ کی دوسری رقم کو بھی لے لیتے ہیں اور (فہ − فہ³/۶) = مہ (طہ − طہ³/۶) مان لیتے ہیں۔ چنانچہ پہلے تقرب یعنی

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

۱/۶ (فہ۲ - ط۳) کی صورت میں فہ کو دُگنا کر دینے پر خطاء دُگنی سے کہیں زیادہ ہو جاتی ہے۔

جیبی شرط: اگر کوئی عدسوی نظام اس طرح بھی وضع کیا جائے کہ یہ ایک نقطہ کا خیال وسیع زاویہ والی پنسل کے استعمال کیے جانے پر بغیر ضلالت کے بنا سکے، تو بھی یہ لازم نہیں آتا کہ یہ نظام اِن ہی حالات کے تحت اِس نقطہ کو گھیرے ہوئے ایک چھوٹے سے رقبہ کا بھی خیال واضح طور پر بنائیگا۔ اِس کے لیے ایک مزید شرط لازم آتی ہے جس کو جیبی شرط کہتے ہیں جو کہ نقطہ اور اِس کے خیال میں سے گزرنے والی مزدوج شعاعوں کے انساع کے زاویوں کے جیوب کا باہمی تعلق ظاہر کرتی ہے۔

فرض کرو کہ ق قَ ایک چھوٹے سے شخص ط طَ کا ایک واضح خیال (۹۰)
ہے جو ایک وسیع زاویہ والی پنسل کی وجہ سے بنتا ہے۔ نیز فرض کرو کہ جس



شکل ۴۳

واسطہ میں شخص واقع ہے اُس کا انعطاف نما مہ ہے اور جس واسطہ میں خیال واقع ہے اُس کا انعطاف نما مہَ ہے۔

ط سے دو شعاعیں کھینچو، ایک ط ا محور کی سیدھ میں، اور دوسری ط ب جو محور کی مثبت سمت کے ساتھ ایک بڑا زاویہ عہ بناتی ہے، فرض کرو کہ یہ دونوں شعاعیں انعطاف کے بعد ق پر ملتی ہیں۔ اِسی طرح طَ سے بھی دو شعاعیں کھینچو: ایک طَ جَ جو محور کے متوازی ہو اور دوسری طَ دَ

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

جو ط ب کے متوازی ہو، فرض کرو کہ یہ دونوں شعاعیں انعطاف کے بعد قَ پر ملتی ہیں۔ شخص اور خیال اتنے چھوٹے ہیں کہ ہم ق ب اور قَ دَ کے متعلق یوں سمجھ سکتے ہیں کہ یہ ق ا کے ساتھ ایک ہی زاویہ عہ بناتی ہیں۔ ط سے ط دَ پر عمود ط ن کھینچو اور ق سے قَ دَ پر عمود ق م کھینچو۔

چونکہ شعاعوں طَ ج اور ط ا کا ماسکہ ھ ہے، اس لیے راستہ طَ ج جَ ھ مناظری طور پر راستہ ط ا ا ھ کے مساوی ہے۔ چونکہ ق قَ چھوٹا اور ق ھ پر عمود وار ہے، اس لیے چھوٹی مقداروں کے پہلے رتبہ کی صحت تک ق ھ = قَ ھ۔ بنابریں ط ا ا ھ ق = طَ ج جَ ھ قَ مناظری طور پر۔

چونکہ قَ خیال ہے ط کا، اس لیے مناظری طور پر

ط ا ا ھ ق = ط ب بَ ھ قَ

اور چونکہ قَ خیال ہے طَ کا اس لیے مناظری طور پر

طَ ج جَ ھ قَ = طَ د دَ ھ قَ۔

لیکن مناظری طور پر ط ا ا ھ ق = طَ ج جَ ھ قَ۔ پس مناظری طور پر ط ب بَ ھ قَ = طَ د دَ ھ قَ

چونکہ ھَ ماسکہ ہے شعاعوں طَ د اور ط ب کا اس لیے راستے ن د دَ ھَ اور ط ب بَ ھَ مناظری طور پر مساوی ہوتے ہیں۔ نیز چونکہ ق م چھوٹا اور قَ دَ پر عمود وار ہے اس لیے چھوٹی مقداروں کے پہلے رتبہ کی صحت تک ھَ قَ = ھَ م پس مناظری طور پر

ن د دَ ھَ م = ط ب بَ ھَ قَ

اِس نتیجہ کو پہلے نتیجہ کے ساتھ ملانے سے طَ د دَ ھَ قَ = ن د دَ ھَ م

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

مناظری طور پر۔ اِس لیے سروں پر کے حصّے ظَن اور قَم ایک ہی مناظری طول کے ہونے چاہییں : یعنی

مہ۱ . ظَن = مہ۲ . قَم

فرض کرو کہ ظ ظَ = ما۱ اور ق قَ = ما۲ ۔ بنا برین

ظَن = ظ ظَ . جب ظَ ظ ن = ما۱ جب عم۱

اور　قَم = ق قَ . جب قَ ق م = ما۲ جب عم۲

پس :

مہ۱ ما۱ جب عم۱ = مہ۲ ما۲ جب عم۲

اور یہی وہ جیبی شرط ہے۔ اس کو اُوپر جس طریقہ سے ثابت کیا گیا ہے وہ هاکِن[1] کا ہے۔ اگر زاویے چھوٹے ہوں تو یہ جیبی شرط ہلم ہولٹز کے کلیۂ تکبیر کے مترادف ہو جاتی ہے۔ ثانی الذکر کا ثبوت صریحاً صرف چھوٹے زاویوں ہی کی صورت میں صادق آتا ہے۔

جب ایک عدسہ کے محور پر کے کسی نقطہ سے متّبع ہونے والی ایک باریک پنسل اِس عدسہ کی سطح کے کسی حصّہ پر مایل وضع میں واقع ہوتی ہے تو یہ عدسہ کی وجہ سے ابہامی طور پر منعطف ہو کر دو ماسکی خطوط پیدا کرتی ہے، جیسا کہ مقعر آئینہ کی متناظر صورت میں ہوتا ہے۔

لونی ضلالت : عدسوں سے بحث کرتے وقت اب تک (۶۱)

ہم یہ تسلیم کرتے آئے ہیں کہ نور ایک لونی ہے۔ لیکن تمام اشیا کا انعطاف نما نور کے رنگ یا طول موج کے ساتھ ساتھ بدلتا جاتا ہے۔ چنانچہ جدولوں میں عام طور پر کسی شیشہ کے انعطاف نما کی ہر ایک قیمت کے ساتھ یہ بھی بتا دیا جاتا ہے کہ یہ قیمت فراؤن ہوفر[2] کے کس خط کے لیے ہے۔ مثلاً

[1] Hockin　　[2] Fraunhofer

جدول ذیل میں مسس ذچیانسس[ه] کے شیشوں میں سے دو کے انعطاف نما دیئے گئے ہیں :

کارخانہ کا نمبر	نام	مہ_D	$\text{مہ}_D - \text{مہ}_C$	$\text{مہ}_F - \text{مہ}_D$	$\text{مہ}_G - \text{مہ}_F$	$\text{ن} = \frac{\text{مہ}_F - \text{مہ}_C}{\text{مہ}_D - ۱}$
۶۰۵	سخت کراؤن	۱٫۵۱۷۵	۰٫۰۰۲۵۳	۰٫۰۰۶۰۴	۰٫۰۰۳۸۴	۰٫۰۱۶۵۴
۳۶۱	کثیف فلنٹ	۱٫۶۲۱۴	۰٫۰۰۴۹۱	۰٫۰۱۲۳۱	۰٫۰۱۰۴۶	۰٫۰۲۷۷۱

مہ کے ساتھ لکھے ہوئے انگریزی حروف فرانہوفر کے خطوط کی تخصیص کرتے ہیں۔ چنانچہ مستعملہ خطوط کے رنگ اور طول موج حسبِ ذیل ہیں :

	رنگ	طول موج
C	سُرخ	$۶٫۵۶۳ \times ۱۰^{-۵}$ سمر
D	زرد	″ ″ × ۵٫۸۹۳
F	کبودی	″ ″ × ۴٫۸۶۲
G	بنفشہی	″ ″ × ۴٫۳۰۸

تمام شیشوں کے انعطاف نما سُرخ سے بنفشہی کی جانب بڑھتے جاتے ہیں۔ اب کسی پتلے عدسہ کا ماسکی طول ضابطہ ذیل سے حاصل ہوتا ہے :

$$\frac{۱}{\text{م}} = (\text{مہ} - ۱)\left(\frac{۱}{\text{ص}_۱} - \frac{۱}{\text{ص}_۲}\right) \quad \text{.........} \quad (۳۴)$$

اگر اِس ضابطہ میں مہ کی مختلف قیمتیں درج کی جائیں تو ہمیں معلوم ہوگا کہ جیسے جیسے ہم طیف کے سُرخ سرے سے بنفشہی سرے کی جانب گزرتے ہیں

ه Messrs Chances

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ویسے ویسے عدسہ کا ماسکی طول گھٹتا جاتا ہے۔ چنانچہ اگر کسی سفید شخص کا خیال حاصل کرنے کے لیے ایک پتلے محدب عدسہ سے کام لیا جائے تو ہمیں رنگین خیالوں کا ایک سلسلہ حاصل ہوگا۔ یہ خیال کسی قدر مختلف قامتوں کے ہونگے اور عدسہ سے مختلف فاصلوں پر واقع رہینگے، چنانچہ عدسہ سے قریب ترین خیال بنفشی ہوگا اور بعید ترین خیال سُرخ۔ چونکہ طیف کا زردی مایل سبز حصّہ روشن ترین ہوتا ہے اس لیے جب کسی پردہ پر خیال کی تمسیک کی جاتی ہے تو ہم غیر ارادی طور پر اس زردی مایل سبز خیال ہی کو واضح کر لیتے ہیں۔ دیگر خیال اس واضح خیال کے اوپر آ پڑتے ہیں اور سب کے سب کسی قدر ماسکہ کے باہر ہوتے ہیں۔ اس کا عمومی اثر یہ ہوتا ہے کہ ہمیں ایک غیر واضح سفید خیال دکھائی دیتا ہے۔ خیال کی یہ عدم وضاحت جو مختلف رنگوں کے لیے انعطاف نما مختلف ہونے کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے، لونی ضلالت^ه کہلاتی ہے۔

اگر پردہ کو ماسکہ کے باہر عدسہ کی طرف ہٹایا جائے تو خیال کا کنارہ سرخی مایل نظر آتا ہے، اور اگر پردہ کو ماسکہ کے باہر عدسہ سے دور ہٹایا جائے تو خیال کا کنارہ کبودی مایل ہو جاتا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ پہلی صورت میں سُرخ خیال نسبتاً ماسکہ کے زیادہ باہر ہوتا ہے کیونکہ کنارہ پر کا ہر ایک نقطہ ایک سُرخ قرص پیدا کرتا ہے اور یہ قرصیں کبودی نقطئی خیالوں سے آگے بڑھ جاتی ہیں۔ اسی طرح دوسری صورت میں کبودی قرصوں کے آگے بڑھ جانے کی وجہ سے خیال کا کنارہ کبودی مایل نظر آتا ہے۔ (۶۲)

اگر C اور F خطوط کے لیے ماسکی طول $م_C$ اور $م_F$ ہوں تو:

$$\frac{1}{م_C} = (مہ_C - 1)\left(\frac{1}{ص_1} - \frac{1}{ص_2}\right)$$

$$\frac{1}{م_F} = (مہ_F - 1)\left(\frac{1}{ص_1} - \frac{1}{ص_2}\right)$$

ه Chromatic aberration

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اور تفریق سے :

$$\frac{1}{م_F} - \frac{1}{م_C} = (مہ_F - مہ_C)\left(\frac{1}{ص_1} - \frac{1}{ص_2}\right)$$

$\left(\frac{1}{ص_1} - \frac{1}{ص_2}\right)$ کی قیمت مساوات (۳۴) سے درج کرنے پر :

$$\frac{1}{م_F} - \frac{1}{م_C} = \frac{مہ_F - مہ_C}{(مہ - 1)\, م}$$

یا

$$\frac{م_C - م_F}{م_F\, م_C} = \frac{مہ_F - مہ_C}{(مہ - 1)\, م}$$

جہاں مہ اور م، انعطاف نما اور ماسکی طول کی کوئی متناظر قیمتیں ہیں۔ اب فرض کرو کہ م کی قیمت $م_F$ اور $م_C$ کے درمیان واقع ہے بنابریں $م_C\, م_F$ کی بجائے ہم تقریب کے طور پر $م^2$ لکھ سکتے ہیں۔ چنانچہ

$$\frac{م_C - م_F}{م} = \frac{مہ_F - مہ_C}{مہ - 1} \qquad \text{.........} (۳۵)$$

اگر شخص لانتناہی پر ہو تو داہنی جانب کا جملہ سُرخ اور کبودی خیالوں کے درمیانی فاصلہ اور عدسہ کے ماسکی طول کی نسبت کو تعبیر کرتا ہے جس سے ہم لونی ضلالت کی مقدار کا اندازہ کر سکتے ہیں۔

فرض کرو کہ $ن = \frac{مہ_F - مہ_C}{مہ - 1}$

اس مقدار ن کو خطوط F اور C کے لیے زیر بحث شیشہ کی **انتشاری طاقت**[ہ] کہتے ہیں۔

محدّب عدسہ کی صورت میں سُرخ خیال ہمیشہ واقع نور کی جانب سے بعید ترین فاصلہ پر ہوتا ہے، اور مقعر عدسہ کی صورت میں یہ واقع نور کی جانب سے ہمیشہ قریب ترین فاصلہ پر ہوتا ہے۔ پس سوال یہ

ہ Dispersive Power

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

پیدا ہوتا ہے کہ آیا ایک محدب اور ایک مقعر عدسہ کو باہم اِس طرح ترکیب دیا جاسکتا ہے کہ ایک میں پائے جانے والی لونی ضلالت دوسرے میں پائے جانے والی لونی ضلالت کی تعدیل کردے ۔ اِس سوال کا جواب نیوٹن نے نفی میں دیا۔ اُس کا یہ خیال تھا کہ شیشہ کے لیے $م_C - م_F$ ہمیشہ اِس کی انعطافیت یعنی $م - ا$ کے متناسب ہوتا ہے اور اِس لیے کوئی نظام جو لونی ضلالت سے پاک ہو شیشہ کی مستوی متوازی رخوں والی محض ایک تختی کی طرح عمل کریگا یا بالفاظِ دیگر مختلف رنگوں کی وجہ سے پیدا ہونے والی غیر وضاحت عدسہ کے خواص کا ایک لازمی جزو ہے ۔ یہ تصور بلاشبہ غلط تھا لیکن اُس نے اِس کو (۶۳) اِس لیے صحیح تسلیم کرلیا تھا کہ کراؤن شیشہ اور پانی کی صورت میں اُس کے مشاہدات کی رو سے یہ تناسب تقریباً درست پایا گیا تھا۔

فرض کرو کہ دو پتلے ہم محور عدسے ایک دوسرے کے ساتھ تماس میں رکھے ہوئے ہیں پہلے عدسہ کا ماسکی طول اور انتشاری طاقت بالترتیب م اور نہ ہیں اور دوسرے عدسہ کا ماسکی طول اور انتشاری طاقت مَ اور نہَ ہیں۔ چنانچہ C خط کے لیے اِس مرکب عدسہ کا ماسکی طول ھ ضابطہ ذیل سے حاصل ہوگا :

$$\frac{1}{ه_C} = \frac{1}{م_C} + \frac{1}{مَ_C}$$

اور F خط کے لیے

$$\frac{1}{ه_F} = \frac{1}{م_F} + \frac{1}{مَ_F}$$

تفریق کرنے سے ہمیں حاصل ہوگا

$$\frac{1}{ه_F} - \frac{1}{ه_C} = \frac{1}{م_F} - \frac{1}{م_C} + \frac{1}{مَ_F} - \frac{1}{مَ_C}$$

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

یا

$$\frac{ہ_C - ہ_F}{ہ^2} = \frac{م_C - م_F}{م^2} + \frac{مَ_C - مَ_F}{مَ^2}$$

جبکہ نسب نماؤں میں $ہ_C\ ہ_F$ کی بجائے $ہ^2$، $م_C\ م_F$ کی بجائے $م^2$ اور $مَ_C\ مَ_F$ کی بجائے $مَ^2$ لکھا جائے۔

اِس مساوات کو، مساوات (۳۵) سے بدلے کر ہم حسبِ ذیل شکل میں لکھ سکتے ہیں۔

$$\frac{ہ_C - ہ_F}{ہ^2} = \frac{ش}{م} + \frac{شَ}{مَ}$$

پس اگر دو رنگوں کے لیے رشتہ

$$\frac{ش}{م} + \frac{شَ}{مَ} = ۰ \qquad \text{..........(۳۶)}$$

صادق آئے تو اِن دونوں رنگوں کی شعاعوں سے بننے والے خیال قامت اور محل میں باہم منطبق ہو جائینگے۔ اور ایسی صورت میں اِن دونوں رنگوں کے لیے عدسوں کے اِس اجتماع کو **غیر لونی**ے کہا جاتا ہے۔

مساوات (۳۶) پر ایک مثال کے طور پر فرض کرو کہ دو ایسے شیشوں سے جن کے لیے مواد صفحہ ۱۱۳ پر دیا گیا ہے ۳۵ سمر ماسکی طول کا ایک محدّب عدسہ بنانا ہے جو دو خطوط C اور F کے لیے غیر لونی ہو۔ چنانچہ اگر شعاعیں داہنی طرف سے آرہی ہوں تو ہمیں حسبِ ذیل ہمزاد مساواتیں حاصل ہونگی:

$$-\frac{۱}{۳۵} = \frac{۱}{م} + \frac{۱}{مَ}$$

$$۰ = \frac{۰٫۰۱۶۵۴}{م} + \frac{۰٫۰۲۷۷۱}{مَ}$$

ے Achromatic

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

جس کا حل ہے م = -- ۱۴٫۱۰ سمر اور مَ = ۲۳٫۶۲ سمر اس لیے یہ اجتماع کراؤن شیشہ کے ۱۴٫۱۰ سمر ماسکی طول والے ایک محدّب عدسہ پر اور فلنٹ شیشہ کے ۲۳٫۶۲ سمر ماسکی طول والے ایک مقعر عدسہ پر مشتمل ہونا چاہیے۔ ظاہر ہے کہ یہ اجتماع نور کے صرف اُس خطہ کے لیے غیر لونی ہوگا جس کے لیے اسے محسوب کیا گیا ہے۔

اگر ہم مان لیں کہ م اور مَ کی مذکورہ بالا قیمتیں D خط کے لیے ہیں اور اِن قیمتوں کو ہم دیگر رنگوں کے لیے محسوب کریں تو ہمیں جدول ذیل کے نتائج حاصل ہونگے :- (۶۴)

	م	مَ	م
C	۱۴٫۱۷ سمر	۲۳٫۸۰ سمر	۳۵٫۰۲ سمر
D	۱۴٫۱۰ //	۲۳٫۶۲ //	۳۴٫۹۹ //
F	۱۳٫۹۴ //	۲۳٫۱۵ //	۳۵٫۰۵ //
G	۱۳٫۸۱ //	۲۲٫۷۹ //	۳۵٫۰۹ //

اِن اعداد سے ظاہر ہے کہ طول موج کے ساتھ ساتھ م میں اتنا تغیر نہیں ہوتا جتنا کہ م یا مَ میں ہوتا ہے۔ اگر اس اجتماع سے معمولی تختیوں کے ساتھ عکاسی میں کام لینا مقصود ہو تو اِس کی تصحیح بنفشئی اور بالاء بنفشئی نور کے لیے کی جانی چاہیے۔

مذکورہ بالا غیر لونی مرکّب عدسہ کی صورت میں اِس کے ترکیبی عدسوں کے صرف ماسکی طول مشخص کیے گئے ہیں نہ کہ اِن کی سطحوں کے نصف قطر انحناء۔ اِس لیے ہر ایک عدسہ میں ایک نصف قطر انحنا ہمارے اختیار میں ہوتا ہے۔ جیسا کہ صفحہ ۱۰۸ پر بتایا جا چکا ہے کروی ضلالت عدسہ کے دونوں بیرونی رخوں کے انحنائی نصف قطروں کی نسبت پر منحصر ہوتی ہے، چنانچہ ہم

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اِس نسبت کو اِس طرح منتخب کر سکتے ہیں کہ کروی ضلالت اقل ہو جائے۔ انحنائی نصف قطروں کے درمیان جو دوسرا رشتہ باقی رہ جاتا ہے اُس سے دونوں عدسوں کے اندرونی انحناؤں کو مساوی کرنے میں کام لیا جا سکتا ہے۔ پھر اِن کو ایک ساتھ ملا کر جوڑ دیا جا سکتا ہے تاکہ اِن کے درمیان کوئی ہوائی فصل، جس کے انعکاس کی وجہ سے نور کی حدت گھٹ جاتی ہے، چھوٹ نہ جائے۔

اگر مذکور الصدر مرکب عدسہ کا محدب جز مساوی التحدب ہو تو اِس کا نصف قطر انحنا ۶ء۱۴ سمر ہوتا ہے، اور اگر مقعر جز مستوی مقعر ہو تو اِس کا نصف قطر انحنا بھی ۶ء۱۴ سمر ہی ہوتا ہے۔ اِس طرح یہ دونوں عدسے ایک دوسرے میں ٹھیک بیٹھ جاتے ہیں اور ایک مستوی محدب اجتماع بناتے ہیں۔ اِس شکل کے عدسہ کی کروی ضلالت متوازی نور کے لیے بہت ہی کم ہوتی ہے جیسا کہ پہلے دیکھا جا چکا ہے۔ چنانچہ چھوٹی دوربینوں کے دہانہ شیشے اکثر کراؤن شیشہ کے ایک مساوی التحدب عدسہ کو فلنٹ شیشہ کے ایک مستوی مقعر عدسہ کے ساتھ جوڑ کر بناتے ہیں اور اِس اجتماع کو دوربین میں اِس طرح بٹھایا جاتا ہے کہ نور پہلے کراؤن شیشہ کے عدسہ پر واقع ہو۔

فرض کرو کہ مذکور الصدر غیر لونی مرکب عدسہ کا قطر ۳ء۵ سمر ہے۔ اس کی کروی ضلالت صفحہ ۱۰۹ پر دی ہوئی قیمتوں کو $(\frac{۳٫۵}{۲})^۲ \backslash ۳۵$ یعنی ۰٫۰۸۷ سے ضرب دے کر محسوب کر لی جا سکتی ہے۔ چنانچہ انعطاف نما ۱ء۵ کے لیے اِس کی قیمت ۰ء۱ مم اور انعطاف نما ۲ کے لیے اِس کی قیمت ۰ء۴ مم حاصل ہوتی ہے۔

اگر مختلف انتشاری طاقتوں والے شیشوں کے بنے ہوئے تین پتلے عدسوں کو ایک ساتھ جوڑ کر ایک واحد عدسہ بنا لیا جائے تو تین مختلف رنگوں سے بننے والے خیالوں کو بھی ایک دوسرے پر منطبق کیا جا سکتا ہے۔ چنانچہ اُسی طریقہ عمل کی پیروی سے جو صفحہ ۱۱۶ پر اختیار کیا گیا

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

ہے ہمیں حسب ذیل مساوات حاصل ہوگی :

$$\frac{\text{ن}''}{\text{م}''} + \frac{\text{ن}'}{\text{م}'} + \frac{\text{ن}}{\text{م}} = \frac{\text{ح}_F - \text{ح}_C}{\text{ح}^{۲}}$$

جہاں مً زاید عدسہ کا ماسکی طول ہے اور ن، نَ، نً خطوط C اور F کے لیے انتشاری طاقتیں ہیں۔ اسی طرح اگر خطوط F اور G کے لیے انتشاری طاقتیں س، سَ اور سً ہوں تو ہمیں حاصل ہوگا :

$$\frac{\text{س}''}{\text{م}''} + \frac{\text{س}'}{\text{م}'} + \frac{\text{س}}{\text{م}} = \frac{\text{ح}_G - \text{ح}_F}{\text{ح}^{۲}}$$

(۴۵) اور اگر م، مَ اور مً اس طرح منتخب کیے جائیں کہ یہ ذیل کی مساواتوں کو پورا کریں۔

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\text{م}''} + \frac{1}{\text{م}'} + \frac{1}{\text{م}} &= \frac{1}{\text{ح}} \\ \frac{\text{ن}''}{\text{م}''} + \frac{\text{ن}'}{\text{م}'} + \frac{\text{ن}}{\text{م}} &= 0 \\ \frac{\text{س}''}{\text{م}''} + \frac{\text{س}'}{\text{م}'} + \frac{\text{س}}{\text{م}} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{(۳۷)}$$

تو ظاہر ہے کہ ان تینوں پتلے عدسوں سے مل کر بنا ہوا مرکب عدسہ خطوط C، F اور G کے لیے غیرلونی ہوگا۔ مساواتوں (۳۷) کی شکل بلاشبہ ایسی ہے کہ ان سے م، مَ اور مً کے لیے ہمیشہ حقیقی قیمتیں ہی حاصل ہوتی ہیں۔

خیال کو دو رنگوں کے لیے غیرلونی کر لینے کے بعد اس میں جو لونی خطا باقی رہ جاتی ہے اس کو اکثر "ثانوی طیف" کہتے ہیں۔ اس کی قیمت کو مقام جینا میں بنے ہوئے بعض نئے شیشوں کے استعمال سے قابل لحاظ طور پر گھٹایا جا سکتا ہے لیکن یہ دیکھا گیا کہ یہ شیشے ان کی تیاری میں دقتیں پیش کرنے کے علاوہ زیادہ پائدار نہیں ہوتے۔

ے Secondary spectrum   لہ Jena

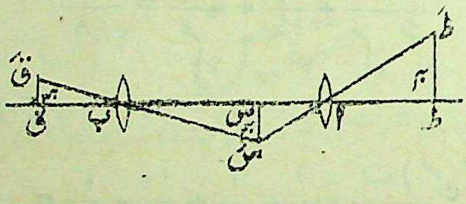
Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

لونی ضلالت دو ایسے پتلے عدسوں کی جن کے درمیان ایک محدود فصل ہو:

فرض کرو کہ اِن دونوں عدسوں کے ماسکی طول م اور مَ ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ ف ہے تب جیسا کہ صفحہ ۸۵ پر بتایا جا چکا ہے، اِس اجتماع کا معادل ماسکی طول ہر ضابطہ ذیل سے حاصل ہوتا ہے :-

$$\frac{1}{\text{ہر}} = \frac{\text{م} + \text{مَ} + \text{ف}}{\text{م مَ}}$$

شخص کے ہر محل کے لیے اِس نظام کو دو رنگوں کے لیے غیر لونی بنانے کے لیے نہ صرف یہ ضروری ہے کہ اِن دونوں رنگوں کے لیے ہر کی قیمت ایک ہی رکھی جائے بلکہ ان دونوں رنگوں کے لیے معادل مستویوں کے محل بھی ایک ہی ہوں - یہ ناممکن ہے - بلکہ شخص کے ایک واحد محل کے لیے بھی اِس نظام کو غیر لونی بنانا ناممکن ہے -



شکل ۶۴

چنانچہ فرض کرو کہ عدسوں ا اور ب کی وجہ سے ط طَ کا خیال ق قَ بنتا ہے اور س سَ وہ درمیانی خیال ہے جو صرف عدسہ ا کی وجہ سے بنتا ہے - فرض کرو کہ ط طَ = ہ۱، س سَ = ہ۲ اور ق قَ = ہ۳ نیز فرض کرو کہ ا ط = ش، ا س = خ، ب س = شَ اور ب ق = خَ - بنا بریں:

$$\frac{\text{ہ}_1}{\text{ہ}_2} = \frac{\text{ش}}{\text{خ}} \quad , \quad \frac{\text{ہ}_2}{\text{ہ}_3} = \frac{\text{شَ}}{\text{خَ}}$$

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اور اِس لیے :

$$\frac{\text{ہ}'}{\text{ہ}} = \frac{\text{خ}\,\text{خ}'}{\text{ش}\,\text{ش}'}$$

اگر دونوں رنگوں کے نور سے بننے والے خیال محل اور قامت کے لحاظ سے منطبق ہوجائیں تو اِن دونوں رنگوں کے لیے ش، خَ اور $\frac{\text{ہ}'}{\text{ہ}}$ ایک ہی ہونگے۔ لہذا $\frac{\text{خ}}{\text{شَ}}$ اِن دونوں رنگوں کے لیے ایک ہی ہوگا۔ لیکن فاصلہ ب ا (۶۶) معین ہے۔ اِس لیے دونوں رنگوں کے لیے نقطہ س ایک ہی ہوگا، بالفاظِ دیگر عدسے ا اور ب خود غیر لونی ہونے چاہییں۔

فرض کروکہ اِس اجتماع کے معادل ماسکی طول C اور F خطوط کے لیے ہ_C اور ہ_F ہیں۔ چنانچہ :

$$\frac{1}{\text{ہ}_C} = \frac{1}{\text{م}_C} + \frac{1}{\text{م}'_C} + \frac{\text{ف}}{\text{م}_C\,\text{م}'_C}$$

اور

$$\frac{1}{\text{ہ}_F} = \frac{1}{\text{م}_F} + \frac{1}{\text{م}'_F} + \frac{\text{ف}}{\text{م}_F\,\text{م}'_F}$$

پس عمل تفریق سے :

$$\frac{1}{\text{ہ}_F} - \frac{1}{\text{ہ}_C} = \frac{1}{\text{م}_F} - \frac{1}{\text{م}_C} + \frac{1}{\text{م}'_F} - \frac{1}{\text{م}'_C} + \frac{\text{ف}\,(\text{م}_C\,\text{م}'_C - \text{م}_F\,\text{م}'_F)}{\text{م}_F\,\text{م}'_F\,\text{م}_C\,\text{م}'_C}$$

اب یہ آخری رقم

$$= \frac{\text{ف}\,\{\text{م}_C\,\text{م}'_C - \text{م}'_C\,\text{م}_F + \text{م}'_C\,\text{م}_F - \text{م}_F\,\text{م}'_F\}}{\text{م}_F\,\text{م}'_F\,\text{م}_C\,\text{م}'_C}$$

$$= \frac{\text{ف}\,\{\text{م}'_C\,(\text{م}_C - \text{م}_F) + \text{م}_F\,(\text{م}'_C - \text{م}'_F)\}}{\text{م}_F\,\text{م}'_F\,\text{م}_C\,\text{م}'_C}$$

$$= \frac{\text{ف}}{\text{م}_F}\left(\frac{1}{\text{م}'_F} - \frac{1}{\text{م}'_C}\right) + \frac{\text{ف}}{\text{م}'_C}\left(\frac{1}{\text{م}_F} - \frac{1}{\text{م}_C}\right)$$

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

پس اُسی طریقہ سے جو صفحہ $\underline{117}$ پر اختیار کیا گیا ہے

$$\frac{\text{ھ}_C - \text{ھ}_F}{\text{ھ}^2} = \frac{\text{ن}}{\text{م}} + \frac{\text{ن}'}{\text{م}'} + \frac{\text{ف}\,(\text{ن} + \text{ن}')}{\text{م}\,\text{م}'}$$

اب فرض کرو کہ دونوں عدسے ایک ہی شیشہ کے بنے ہوئے ہیں اور یہ کہ ن = نَ - بنا برین

$$\frac{\text{ھ}_C - \text{ھ}_F}{\text{ھ}^2} = \frac{\text{ن}}{\text{م}\,\text{م}'}\,(\text{م} + \text{م}' + ۲\,\text{ف})$$

یعنی اگر م + مَ + ۲ ف = ۰ تو اِس نظام کا معادل ماسکی طول مستقل ہوتا ہے، ن کی قیمت چاہے کچھ ہی کیوں نہ ہو۔

پس اگر کسی نظام میں ایک ہی شیشہ کے بنے ہوئے دو پتلے عدسے ہم محور طور پر اس طرح ترتیب دیے ہوئے ہوں کہ اِن کا درمیانی فاصلہ عدداً اِن کے ماسکی طولوں کے مجموعہ کا نصف ہو تو اِس نظام کا ماسکی طول نہ صرف دو رنگوں کے لیے بلکہ تمام رنگوں کے لیے ایک ہی ہوتا ہے۔

مثالیں

(۱) نور کی متوازی شعاعیں ایک مقعر کروی آئینہ پر واقع ہیں - اِس کا آتشی منحنی کھینچو۔

(۲) ایک مقعر کروی آئینہ کا نصف قطر انحنا ۵۰ سمر ہے - اِس کے محور پر آئینہ کی سطح سے ۹۰ سمر پر ایک نقطئی شخص واقع ہے - اُن شعاعوں کے لیے جو آئینہ کی سطح پر محور سے ۲، ۴، ۶ اور ۸ سمر کے فاصلے پر واقع ہوئی ہیں ضلالت محسوب کرو۔

(۳) محدب آئینہ کی صورت میں ابہامی انعکاس کی تحقیق اسی طرح کرو جس طرح کہ اس پر باب ہذا میں مقعر آئینہ کی صورت میں بحث کی گئی ہے۔

(۴) ایک مقعر آئینہ کا نصف قطر انحنا ۴۰ سمر ہے اور اِس کے کنارے کا قطر ۵ سمر ہے - اِس سے ۵۰ سمر کے فاصلہ پر ایک نقطئی شخص ایسے سمت میں واقع ہے جو آئینہ کے محور کے ساتھ ۴۵° کا زاویہ بناتی ہے - ماسکی خطوط کے محل معلوم کرو اور

ان کے طول (یعنی شکل ۶۰ میں خطوط س ق اور ت ت کے طول) محسوب کرو۔

(۵) انعطاف نمامہ والے واسطہ کے اندر ایک نقطہ سے شعاعوں کی ایک باریک پنسل متسع ہوتی ہے، جو اس واسطہ کی مستوی سطح پر مائل سمت میں واقع ہو کر ہوا میں داخل ہو جاتی ہے۔ ثابت کرو کہ یہ پنسل پہلے واسطہ میں کے دو ماسکی خطوط سے جو نقطہ انعطاف سے فاصلوں خ، اور خ، پر واقع ہیں، متسع ہوتی نظر آتی ہے جہاں خ، اور خ، کی قیمتیں حسب ذیل ہیں: (۶۷)

$$\text{خ}_1 = \frac{\text{ش}}{\text{م}} \ ، \ \text{خ}_2 = \frac{\text{ش جم}^2 \text{ط}}{\text{م جم}^2 \text{ع}}$$

ان جملوں میں ش نقطی شخص کا فاصلہ ہے نقطۂ انعطاف سے، ع زاویہ وقوع ہے، اور ط زاویہ انعطاف ہے۔

(اس صورت میں دونوں ماسکی خطوط مجازی ہوتے ہیں اس لیے ان کو کسی پردہ پر حاصل نہیں کیا جا سکتا۔ لیکن حقیقی خیال حاصل کرنے کی غرض سے اگر ایک محدب عدسہ سے کام لیا جائے تو ان کا وجود بڑی صفائی سے دکھلایا جا سکتا ہے۔ ان کو حاصل کرنے کا بہترین طریقہ یہ ہو گا کہ شیشہ کی ایک ایسی سلی لی جائے جیسی کہ انعطاف پر ابتدائی تجربوں میں استعمال ہوتی ہے یعنی جس کے ابعاد تقریباً ۴" × ۳" × ½" ہوں، اور اس کے ایک سرے کے قریب ترتیب دی ہوئی کسی دھاتی تختی میں بنے ہوئے ایک باریک سوراخ سے جس کے عین پیچھے ایک برقی لیمپ رکھا ہو، نقطی مبداء کا کام لیا جائے۔ سلی کو اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ اس میں شعاعوں کا راستہ جہاں تک ہو سکے لانبا ہو۔ سلی میں سے باہر آنے کے بعد ان شعاعوں کو ایک محدب عدسہ کی مدد سے حاصل کر کے ایک پردہ پر ان کی تمسیک کی جاتی ہے۔ یہ خیال ایک خط مستقیم ہوتا ہے۔ پردے کو ہٹانے پر ایک دوسرا خط مستقیم ماسکہ میں آجاتا ہے جو پہلے خط پر عمود وار ہوتا ہے)

(۶) ثابت کرو کہ مساوات (۲۸) مساوات (۲۴) میں تحویل ہو جاتی ہے جبکہ م کی بجائے -۱ درج کیا جائے۔ کیا کروی سطح پر کے انعکاس کے تمام ضابطے اسی تصور کے تحت اخذ کیے جا سکتے ہیں کہ انعکاس اسی سطح پر کے

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

انعطاف کی ایک خاص صورت ہے؟

(۷) دو ایسے شیشوں سے جن کے لیے مواد صفحہ ۱۱۳ پر دیا گیا ہے ۵۰ سمر کے ماسکی طول کا ایک محدّب عدسہ بنانا ہے جو خطوط D اور F کے لیے غیر لونی ہو ترکیبی عدسوں کے ماسکی طول معلوم کرو اور محسوب کرو کہ ان کا اجتماع موجی طولوں C اور G کے لیے کس حد تک لونی ہوتا ہے۔

(۸) ایک نقطہ سے متسع ہونے والا نور ایک مستوی سطح پر منعطف ہوتا ہے۔ ثابت کرو کہ اس کا آتشی منحنی ایک قطع زاید کا بربیچہ (evolnte) ہوتا ہے اگر نقطہ کمتر مناظری کثافت والے واسطہ میں واقع ہو اور ایک قطع ناقص کا بربیچہ ہوتا ہے اگر نقطہ زیادہ مناظری کثافت والے واسطہ میں واقع ہو۔

(۹) ایک پتلے محدّب عدسہ کی دونوں سطحوں کے انحنائی نصف قطر ایک ہی ہیں اور یہ عدسہ انعطاف نما ۱٫۵۲ والے شیشہ کا بنا ہوا ہے۔ اس کی کروی ضلالت کے لیے ایک جملہ اخذ کرو جبکہ شخص کا فاصلہ عدسے سے ماسکی طول کا دُگنا ہو اور اس کی تصدیق تجربہ سے کر لو۔

(۱۰) اس کتاب کے آخر میں متعدد مناظری شیشوں کے انعطاف نماؤں کی ایک جدول دی گئی ہے۔ ان میں سے کن دو شیشوں کے عدسوں سے طیف کے C اور G کے درمیانی خطہ کے لیے بہترین غیر لونی مرکب عدسہ بن سکیگا؟ جب باقی تمام باتیں وہی رہیں ہمیں جہاں تک ہو سکے ایسے شیشے استعمال نہ کرنا چاہیے جن سے م کی چھوٹی ڈیفینتیں حاصل ہوتی ہوں اور بنا بریں کروی ضلالت کے لیے چڑھتے ہوئے منحنی حاصل ہوتے ہوں۔ یہ فرض کرتے ہوئے کہ مرکب عدسہ کا ماسکی طول ۱۰۰ سمر رکھنا مقصود ہے اپنے نتائج کی توضیح اعداد سے کرو۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

پانچواں باب

آئینوں اور عدسوں کے مستقلات کا تعیّن

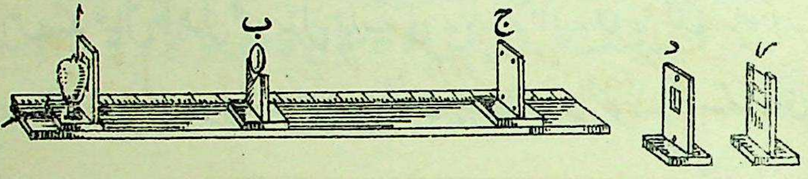
تختِ مناظر: عدسوں کے ماسکی طولوں کی تعیّن کے لیے عمل طبعیات (۶۸)
میں جس آلہ سے اکثر کام لیا جاتا ہے وہ تختِ مناظر ہے۔ مناظری تختوں کو دو جماعتوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے: ایک وہ جس میں اِن کے قاعدے اور استادے لکڑی کے ہوتے ہیں اور دوسرے وہ جس میں اِن کے قاعدے اور استادے دھات کے ہوتے ہیں۔ آخر الذکر نسبتاً بہت زیادہ قیمتی اور عموماً بہت ہی شاندار ہوتے ہیں کیونکہ اِن کی ساخت پر صحت اور محنت غیر ضروری طور پر ضایع کی جاتی ہے۔ اگرچیکہ یہ بعض اغراض کے لیے ناگزیر ہوتے ہیں عام استعمال کے لیے اِن کی سفارش نہیں کی جا سکتی۔

شکل ۶۵ میں ساگوان کی لکڑی کا ایک بہت کار آمد اور سیدھا سادہ تخت اور اِس کے استادے دکھلائے گئے ہیں۔ اِس تخت کے کنارہ پر استادوں کے محل پڑھنے کے لیے دو میٹر لمبا ایک پیمانہ لگا ہوتا ہے۔ استادہ ۱ ایک برقی لیمپ کا حامل ہے جس کے سامنے لکڑی کا ایک پردہ ہے اِس میں

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ایک مستطیلی سوراخ بنا ہوتا ہے جس کے سامنے صلیبی تار تنے ہوئے ہوتے ہیں۔ یہ صلیبی تار شخص کا کام دیتے ہیں اور اِس شخص کے لیے ایک ہموار پس منظر مہیا کرنے کی غرض سے بہتر ہوگا کہ سوراخ اور لیمپ کے درمیان ایک باریک سا کاغذ چسپاں کر دیا جائے۔ استادہ ب آئینہ یا عدسہ کو سہارا دینے کے لیے ہے، اِس کا اوپری حصّہ انگریزی حرف V کی شکل کا ہوتا ہے اور اِس میں ایک نالی کھدی ہوتی ہے۔ ج، خیال حاصل کرنے کے لیے ایک انتصابی پردہ



شکل ۶۵

ہے جس پر ایک سفید کاغذ کو نقشہ کشی کے پنوں کی مدد سے چڑھا دیا جاتا ہے۔ د بھی اِسی قسم کا ایک اور پردہ ہے جس میں ایک سوراخ بنا ہوتا ہے، اِس کو بھی خیال حاصل کرنے ہی کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ ہ ایک استادہ ہے جس پر مربع کی شکل کا ایک پیمانہ دار گھسا ہوا شیشہ قایم رہتا ہے۔ اِن مختلف استادوں کے محل اِن کے قاعدوں پر بنے ہوئے نشانوں کی مدد سے پڑھ لیے جا سکتے ہیں۔ ہو سکتا ہے کہ یہ نشان ٹھیک مقام پر نہ بنے ہوں، اِس لیے عدسہ اور صلیبی تاروں کے درمیانی فاصلہ کی خواندگیاں لینے سے پہلے عام طور پر معلوم طول کی ایک سلاخ کو صلیبی تاروں اور عدسہ کے درمیان اس طرح رکھ کر کہ اِس کا ایک سرا صلیبی تاروں کے ساتھ اور دوسرا سرا عدسہ کے ساتھ تماس میں رہے، پیمانہ پر پڑھے ہوئے فاصلہ کا مقابلہ سلاخ کے معلوم طول کے ساتھ کیا جاتا ہے اگر کوئی فرق ہو تو اس کو ہر خواندگی کے لیے تصحیح کے طور پر استعمال کیا جاتا ہے۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

محدب عدسہ کا ماسکی طول: کسی محدب عدسہ کا ماسکی طول (۶۹)
معلوم کرنے کے لیے اس کو استادہ ف پر بٹھا کر صلیبی تاروں کا خیال پردہ پر
حاصل کیا جاتا ہے۔ پھر عدسے سے صلیبی تاروں اور پردہ کے فاصلے ش اور خ
ناپ لیے جاتے ہیں اور م کی قیمت ضابطہ

$$\frac{۱}{خ} - \frac{۱}{ش} = \frac{۱}{م}$$

سے محسوب کر لی جاتی ہے۔ اس کے ساتھ ساتھ صلیبی تاروں میں سے کسی ایک کا طول
اور اس کے خیال کا طول بھی سرل چاپ کی مدد سے ناپ لیا جاسکتا ہے اور
ان سے خطی تکبیر معلوم کر لی جاسکتی ہے۔ ظاہر ہے کہ اس کو $\frac{خ}{ش}$ کے مساوی
ہونا چاہیے۔

اس ماسکی طول کے معلوم کرنے کا ایک اور طریقہ یہ ہے کہ عدسہ کو تخت
کے وسط میں رکھ کر صلیبی تاروں اور پردہ کو اس سے مساوی فاصلوں پر
ترتیب دیا جائے۔ ایسی صورت میں عام طور پر کوئی خیال حاصل نہ ہوگا۔ اب
اگر عدسے سے صلیبی تاروں اور پردہ کے فاصلے بتدریج اس طرح بڑھائے یا
گھٹائے جائیں کہ ان کی قیمتیں آپس میں ہمیشہ ایک دوسرے کے مساوی رہیں تو
ہمیں بالآخر ایسے محل حاصل ہو جائیں گے جن میں پردہ پر ایک واضح خیال بنیگا۔
اس صورت میں ش عدداً مساوی ہوگا خ کے اور ان میں سے ہر ایک مساوی
ہوگا ۲م کے۔ اگر صلیبی تاروں اور پردہ کا درمیانی فاصلہ ف ہو تو م عدداً
مساوی ہوگا $\frac{ف}{۴}$ کے۔

اگر ف عدداً چھوٹا ہو ۴م سے تو کوئی حقیقی خیال نہ بنیگا۔ اگر ف
عدداً بڑا ہو ۴م سے تو صلیبی تاروں اور پردہ کے ہر ایک محل کے مماثل
عدسے کے لیے دو محل ایسے معلوم کیے جاسکینگے جن میں وہ ایک حقیقی خیال

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

بناتا ہے ۔ یہ بات ضابطوں کی نوعیت سے صاف ظاہر ہے کیونکہ اِن کو حسابی طور پر حسب ذیل شکل میں لکھا جا سکتا ہے :

$$\text{ف} = \text{خ} + \text{ش} \quad , \quad \frac{\text{۱}}{\text{م}} = \frac{\text{۱}}{\text{ش}} + \frac{\text{۱}}{\text{خ}}$$

اور اِن کی شکل میں ، ش کی بجائے خ اور خ کی بجائے ش لکھنے سے کوئی فرق نہیں آتا ۔ مثلاً اگر ابتداً ش = ۱۰ سمر اور خ = ۱۵ سمر ہو اور اگر صلیبی تاروں کو اپنی جگہ قایم رکھ کر عدسہ کو اور ۵ سمر آگے بڑھایا جائے تو ش ، ۱۵ سمر اور خ ، ۱۰ سمر ہو جائیگا اور اِس صورت میں بھی پردہ پر خیال مکرر بنیگا ۔ ایک صورت میں تکبیر دوسری صورت میں تکبیر کی مقلوب ہوتی ہے ۔

اگر عدسہ کے دونوں محلوں کا درمیانی فاصلہ ا ہو تو ا = خ - ش لیکن ف = خ + ش ، اِس لیے ۲ خ = ف + ا اور ۲ ش = ف - ا ، بنا بریں

$$\frac{\text{۱}}{\text{م}} = \frac{\text{۱}}{\text{خ}} + \frac{\text{۱}}{\text{ش}} = \frac{\text{۲}}{\text{ف + ا}} + \frac{\text{۲}}{\text{ف - ا}} = \frac{\text{۴ ف}}{\text{ف}^{\text{۲}} - \text{ا}^{\text{۲}}}$$

یا

$$\text{م} = \frac{\text{ف}^{\text{۲}} - \text{ا}^{\text{۲}}}{\text{۴ ف}}$$

پس اگر ف اور ا ناپ لیے جائیں تو م محسوب کر لیا جا سکتا ہے ۔ یہ طریقہ دوہرے محل کا طریقہ کہلاتا ہے ۔

ایک چوتھا طریقہ محض یہ ہے کہ عدسہ سے ایک لیمپ کے خیال کا فاصلہ ناپ لیا جائے جب کہ یہ لیمپ عدسہ کے ماسکی طول کے مقابلہ میں ایک بہت بڑے فاصلہ پر واقع ہو ۔

(۷۰) **مقعر عدسہ کا ماسکی طول :** اگر شخص حقیقی ہو تو مقعر عدسہ کی وجہ سے بننے والا خیال ہمیشہ مجازی ہوتا ہے ، اور اگر خیال حقیقی ہو تو اس کا شخص ہمیشہ مجازی ہوتا ہے ۔ بنا بریں کسی مقعر عدسہ کا ماسکی طول صرف اسی کو

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

تحت مناظر پر قایم کر کے کبھی نہیں معلوم کیا جا سکتا، اِس کے لیے ایک امدادی محدب عدسہ سے کام لینا پڑتا ہے۔

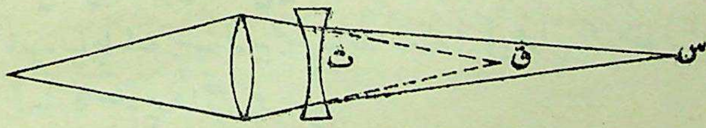
مقعر عدسہ کے ماسکی طول کی تعیین کے دو آسان طریقے ہیں۔ پہلے طریقہ کے لیے یہ ضروری ہوتا ہے کہ امدادی محدب عدسہ زیادہ طاقتور ہو یعنی یہ کہ اِس کا ماسکی طول مقعر عدسہ کے ماسکی طول سے چھوٹا ہو۔ دوسرے طریقہ کے لیے کوئی بھی محدب عدسہ کام دے سکتا ہے۔

پہلے طریقہ میں مقعر عدسہ اور امدادی محدب عدسہ دونوں کو ایک قریبی تماس کے ساتھ استادہ ب پر چڑھایا جاتا ہے۔ چونکہ یہ اجتماع ایک محدب عدسہ کی طرح عمل کرتا ہے اِس لیے اس کا ماسکی طول ھ حسبِ معمول دریافت کرلیا جاتا ہے۔ اِس کے بعد صرف محدب عدسہ کا ماسکی طول م علیحدہ معلوم کرلیا جاتا ہے۔ پس مقعر عدسہ کا ماسکی طول مَ ذیل کے جبری ضابطہ سے حاصل ہوتا ہے:

$$\frac{1}{مَ} + \frac{1}{م} = \frac{1}{ھ}$$

مَ کی علامت ھ اور م کی علامت سے مختلف نکل آتی ہے۔

دوسرے طریقہ میں، پہلے صرف محدب عدسہ کو استعمال کر کے صلیبی تاروں کا خیال ق پردہ پر حاصل کیا جاتا ہے۔ اِس کے بعد مقعر عدسہ کو ب جیسے ایک مماثل استادہ پر بٹھا کر محدب عدسہ اور پردہ کے درمیان ث پہ رکھ دیا جاتا ہے



شکل ۶۶

اِس میں سے گزرنے کے بعد شعاعیں کم مستدق ہو جاتی ہیں اور خیال کو مکرر ماسکہ میں لے آنے کے لیے پردہ کو س تک ہٹانا پڑتا ہے۔ پس ماسکی طول کی قیمت

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ذیل کے جبری ضابطہ سے دریافت کی جا سکتی ہے

$$\frac{۱}{م} = \frac{۱}{خ} - \frac{۱}{ش}$$

جہاں ت س = خ اور ت ق = ش

اِس صورت میں شخص مجازی ہے اور خیال حقیقی۔

مقعر آئینہ کا ماسکی طول: مقعر آئینہ کا ماسکی طول ضابطہ ذیل سے تعبیر ہوتا ہے

$$\frac{۱}{م} = \frac{۲}{ص} = \frac{۱}{ش} + \frac{۱}{خ}$$

پس کرویت پیما کی مدد سے ص کی قیمت معلوم کر کے اس کو ۲ سے تقسیم کر دینے پر م کی قیمت حاصل ہو جاتی ہے۔

اِس کی قیمت تختِ مناظر پر معلوم کرنے کے لیے سوراخ دار پردہ د استعمال کیا جاتا ہے۔ اِس پردہ کو آئینہ اور صلیبی تاروں کے درمیان رکھ دیتے ہیں۔ صلیبی تاروں سے آنے والی شعاعیں پردے میں بنے ہوئے سوراخ میں سے گزر کر آئینہ پر واقع ہوتی ہیں اور اِس سے منعکس ہو کر پردہ پر خیال پیدا کرتی ہیں۔ آئینہ کو ذرا سا بازو گھما دیا جاتا ہے ورنہ خیال خود سوراخ پر واقع ہوگا۔ (۷۱)
پس اگر ش اور خ ناپ لیے جائیں تو م کی قیمت محسوب کر لی جا سکتی ہے۔

اگر لیمپ کو بہت ہی دور ہٹا دیا جائے تو خ صریحاً م کے مساوی ہو جاتا ہے۔

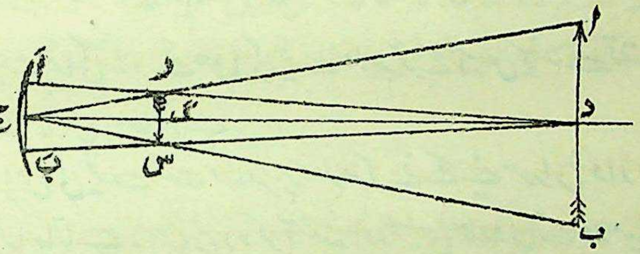
ایک اور طریقہ حسبِ ذیل ہے۔ استادہ د کے مستطیلی سوراخ میں جہاں تک ہو سکے پردہ ہی کے مستوی میں ایک پن لگا دی جاتی ہے اور استادہ ا کو اِس کے پیچھے ترتیب دیا جاتا ہے۔ پس اگر اِس پن کا خیال پردہ ہی پر حاصل ہو تو ش = خ = ص اور م پردہ اور آئینہ کے درمیانی فاصلہ کا نصف ہوتا ہے۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

کسی کروی آئینہ کا ماسکی طول: کسی مقعر کروی آئینہ کا ماسکی طول یا نصف قطر انحنا حسبِ ذیل طریقہ سے بھی معلوم کیا جا سکتا ہے - یہ طریقہ اِس لیے خاص طور پر دلچسپ ہے کہ یہ سابقہ دفعہ کے طریقوں کے برخلاف محدّب کروی آئینہ کی صورت میں بھی اختیار کیا جا سکتا ہے -

تقریباً ۵۰ سمر طول والے کاغذ کے ایک پیمانے کو لکڑی کی پٹی پر چپکا کر مقعر آئینہ کے سامنے دو یا تین میٹر کے فاصلہ پر اُفقی وضع میں اِس طرح قایم کیا جاتا ہے کہ میز سے اِس کی اور آئینہ کی بلندی ایک ہی رہے - اِس پیمانے پر



شکل ۶۷

دھات کی دو پٹّیاں ا اور ب سرکائی جا سکتی ہیں (شکل ۶۷) - اب یعنی اِن پٹّیوں کے درمیانی فاصلے کا خیال گ پر حاصل کیا جاتا ہے اور اگر یہ خیال دس ہو تو نقاط ج، د، ا اور ج، س، ب ہم خط ہوتے ہیں کیونکہ شخص اور خیال کے طول آئینے سے اِن کے فاصلوں کی نسبت میں ہوتے ہیں - ایک دُوربین اِس طرح رکھی جاتی ہے کہ اِس کا دہانہ اب کے مرکز د پر رہے، پھر اس کی تمسیک دس پر کی جاتی ہے - آئینہ کے سامنے اور اِس کے ساتھ تماس میں ایک چھوٹا سا پیمانہ ہوتا ہے آئینہ کو اس طرح جھکا دیا جاتا ہے کہ دُوربین میں سے دیکھنے پر خیال دس اِس پیمانے کے کنارے کے متوازی اور اِس کو مس کرتا ہوا دکھائی دے - پھر دھات کی پٹّیوں کا درمیانی فاصلہ اِس طرح

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ترتیب دیا جاتا ہے کہ خیال دس اِس پیمانے کے نشانوں کی ایک صحیح تعداد پر مثلاً ل سمر پر منطبق نظر آئے۔ فرض کرو کہ آئینہ کا نصف قطر انحنا = ص ، اب = ط اور ج د = ف، چنانچہ ؛

$$\text{ص} = \frac{\text{۲ ل ف}}{\text{ط} + \text{۲ ل}}$$

اگر آئینہ محدب ہو تو ؛

$$\text{ص} = \frac{\text{۲ ل ف}}{\text{ط} - \text{۲ ل}}$$

یہ ایک محدب آئینہ کے نصف قطر انحنا کی تعین کے تمام طریقوں میں سب سے
زیادہ آسان طریقہ ہے۔ یہ امر واضح رہے کہ چھوٹا پیمانہ اور بڑے پیمانے کا خیال (۷۲)
دونوں بیک وقت ماسکہ میں ہونے چاہییں، چنانچہ ف بمقابلہ ص کے بہت بڑا ہونا چاہیے۔

مقعر آئینہ کی صورت میں ضابطۂ بالا کو ثابت کرنے کے لیے فرض کرو کہ ج گ = خ ، ل صریحاً اَبَ کے مساوی ہے۔ چنانچہ مشابہ مثلثوں کی رو سے ؛

$$\frac{\text{ط}}{\text{ل}} = \frac{\text{ط}}{\text{دس}} \cdot \frac{\text{دس}}{\text{ل}} = \frac{\text{ف}}{\text{خ}} \cdot \frac{\text{ف} - \text{خ}}{\text{ف}} = \frac{\text{ف}}{\text{خ}} - \text{۱} \quad \ldots (\text{۳۸})$$

لیکن

$$\frac{\text{۱}}{\text{ف}} + \frac{\text{۱}}{\text{خ}} = \frac{\text{۲}}{\text{ص}}$$

اِس لیے ؛

$$\text{۱} + \frac{\text{ف}}{\text{خ}} = \frac{\text{۲ ف}}{\text{ص}} \quad \ldots\ldots\ldots (\text{۳۹})$$

پس مساواتوں (۳۸) اور (۳۹) میں $\frac{\text{ف}}{\text{خ}}$ کو ساقط کر دینے سے ہمیں حاصل ہوگا ؛

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

$$۲ + \frac{ط}{ل} = \frac{۲ف}{ص}$$

یا

$$ص = \frac{۲ ل ف}{ط + ۲ ل}$$

جو مطلوبہ رشتہ ہے۔

اُسطوانی عدسے : فرض کرو کہ شیشے کے ایک پتلے سے ٹکڑے کی سطحیں ایسے اُسطوانے ہیں جن کے محاور متوازی ہیں۔ شیشہ کے ایسے ٹکڑے کو اُسطوانی عدسہ کہتے ہیں۔

اگر اِس کی ایک تراش ایک ایسے مستوی سے حاصل کی جائے جو دونوں محوروں پر عمود وار ہو تو اِس تراش کی شکل کروی سطحوں والے ایک عدسہ کی تراش کے مشابہ ہوگی۔ بنا بریں اِس مستوی میں کسی نقطہ سے نکلنے والی شعاعوں کی کوئی پنسل عدسہ کی وجہ سے ماسکہ میں آجائیگی۔ برخلاف اِس کے اگر ایک تراش ایک ایسے مستوی سے لی جائے جو محوروں کے متوازی ہو تو یہ تراش متوازی پہلوؤں والی ایک پتلی سی تختی کی تراش کے مشابہ ہوگی اِس لیے اِس مستوی میں واقع ہونے والی شعاعوں کی پنسل عدسہ کی وجہ سے غیر متاثر رہیگی۔

پس ایک اُسطوانی عدسہ صرف ایسے خطوط کے خیال بناتا ہے جو اِس کی سطحوں کے محوروں کے متوازی ہوں۔ اگر ایسے ایک عدسہ کو تختت مناظر پر اِس طرح قایم کیا جائے کہ اِس کی سطحوں کے محاور صلیبی تاروں میں سے ایک کے متوازی رہیں تو یہ عدسہ اُس خاص تار کا تو واضح خیال بنائیگا لیکن دوسرے تار کا کوئی خیال نہ بنائیگا۔ جہاں تک کہ اِس دوسرے تار کا تعلق ہے یہ عدسہ محض ایک مستوی متوازی تختی کی طرح عمل کریگا۔

پس اِس تحدید کے ساتھ اُسطوانی عدسوں اور آئینوں کے ماسکی طول تختت مناظر پر اُسی طرح معلوم کیے جاسکتے ہیں جس طرح کہ کروی عدسوں اور

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

آئینوں کے ماسکی طول۔

ماسکی طولوں کی تعیین کے لیے تکبیری طریقے : محدب

عدسوں کے ماسکی طولوں کی تعیین کے جو طریقے اب تک بیان ہو چکے ہیں وہ صرف پتلے عدسوں کے لیے موزوں ہیں۔ حسبِ ذیل تین طریقے موٹے عدسوں یا عدسوی نظاموں کے لیے بھی موزوں ہیں۔

(۱) تختِ مناظر پر شخص کا ایک خیال حاصل کرو۔ فرض کرو کہ اِس کی تکبیر ت ہے۔ شخص اور خیال کے پردوں کو قایم رکھ کر عدسہ کو بقدرِ فاصلہ ف کے اتنا ہٹاؤ کہ ایک واضح خیال مکرر حاصل ہو جائے۔ فرض کرو کہ اِس صورت میں تکبیر تَ ہے۔ تب

$$\text{م} = \frac{\text{ف}}{\text{ت} - \text{تَ}} \qquad (۴۳)$$

(۲) ایبےؔ[ه] کا طریقہ۔ پہلی تکبیر ت کو اکائی کے مساوی یا اِس سے کم رکھو۔ عدسہ کو اپنی جگہ قایم رکھ کر خیال کے پردہ کو عدسہ سے بقدرِ فاصلہ ف دور ہٹاؤ اور شخص کو اتنی حرکت دو کہ اِس کی تمسیک پردہ پر مکرر ہو جائے۔ فرض کرو کہ دوسری صورت میں تکبیر تَ ہے۔ تب

$$\text{م} = \frac{\text{ف}}{\text{تَ} - \text{ت}}$$

(۳) یہ طریقہ بھی طریقہ بالا (۲) ہی کے مشابہ ہے، البتہ اِس صورت میں ف شخص کو ہٹایا ہوا فاصلہ ہے۔ تب

$$\text{م} = \frac{\text{ف}}{\frac{1}{\text{ت}} - \frac{1}{\text{تَ}}}$$

ه Abbe

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اِن تجربوں کو صفحہ ۱۳۷ پر دکھلائے ہوئے تختِ مناظر پر انجام دینے کے لیے ایک سفید کاغذی پیمانے کے دو قندیلی لوحِ عکاسی کی مدد سے بنا لیے گئے تھے، لیکن اِن کو فریم کرتے وقت معمولی پتلے شیشہ کی بجائے گھسے ہوئے شیشہ کے ٹکڑے استعمال کیے گئے تھے اور اِن کے گھسے ہوئے رخوں کو عکاسی کی فلم کے متصل رکھا گیا تھا۔ اِس طرح تیار کیے ہوئے دونوں پیمانے بلاشبہ ایک دوسرے کے بالکل مشابہ تھے۔ اِن میں ایک کو استادہ د پر قایم کر کے شخص کے طور پر استعمال کیا گیا تھا۔ اِس کے پیچھے ایک لیمپ ا رکھ کر اِس کو منور کیا گیا تھا اور لیمپ کو اِس طرح گھما دیا گیا تھا کہ اِس کے سامنے کا انتصابی پردہ درمیان میں حایل نہ ہو جائے۔ دوسرے پیمانے کو اسی قسم کے ایک اور استادہ پر قایم کر کے خیال کے پردہ کے طور پر استعمال کیا گیا تھا۔ پھر پہلے پیمانے کے خیال کو دوسرے پیمانے پر حاصل کر کے یہ معلوم کر لیا گیا کہ پہلے پیمانے کے کتنے نشان دوسرے پیمانے کے سارے طول پر منطبق ہوتے ہیں۔ پس اِس سے تکبیر کی قیمت معلوم ہو گئی۔

اِن طریقوں کی ایک خاص خوبی یہ ہے کہ اِن میں جس طول ف کی پیمایش مطلوب ہوتی ہے وہ ہر صورت میں دو استادوں کا درمیانی فاصلہ نہیں بلکہ ایک ہی استادہ کے ہٹاؤ کا فاصلہ ہوتا ہے جس کی پیمایش بہت زیادہ صحت کے ساتھ ہو سکتی ہے۔

اُوپر کے تینوں ضابطوں کو ثابت کرنے کے لیے فرض کرو کہ ہر صورت میں شخص اور خیال کے فاصلے اپنے صدر ستویوں سے، ہٹاؤ سے پہلے ش اور خ ہیں اور ہٹاؤ کے بعد شَ اور خَ۔

تب ہر صورت میں ہمیں حاصل ہو گا

$$\frac{1}{خ} - \frac{1}{ش} = \frac{1}{م} ، \quad \frac{1}{خَ} - \frac{1}{شَ} = \frac{1}{م}$$

$$ت = \frac{خ}{ش} ، \quad تَ = \frac{خَ}{شَ}$$

Lantern slides –

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

پہلی اور دوسری صورتوں میں ہمیں حاصل ہوگا

$$\text{ف} = \text{خَ} - \text{خ} = \text{م}(\text{۱} - \text{تَ}) - \text{م}(\text{۱} - \text{ت}) = \text{م}(\text{ت} - \text{تَ})$$

یعنی

$$\text{م} = \frac{\text{ف}}{\text{ت} - \text{تَ}}$$

تیسری صورت میں:

$$\text{ف} = \text{ش} - \text{شَ} = \text{م}\left(\frac{\text{۱}}{\text{ت}} - \text{۱}\right) - \text{م}\left(\frac{\text{۱}}{\text{تَ}} - \text{۱}\right) = \text{م}\left(\frac{\text{۱}}{\text{ت}} - \frac{\text{۱}}{\text{تَ}}\right)$$

یعنی

$$\text{م} = \frac{\text{ف}}{\frac{\text{۱}}{\text{ت}} - \frac{\text{۱}}{\text{تَ}}}$$

عقدی سرک والا آلہ: عدسوں کے کسی نظام کے (۴)

ماسکی مستوی بآسانی اِس طرح معلوم کرلیے جاسکتے ہیں کہ پہلے اِس کی ایک جانب سے بھی اِس کی دوسری جانب سے متوازی شعاعوں کو واقع ہونے کا موقعہ دیا جائے اور ہر دو صورتوں میں خیال کے محل کا مشاہدہ کرلیا جائے۔ جب اِس طرح ماسکی طول معلوم ہو جائے تو ماسکی مستویوں سے صدر مستویوں اور عقدی نقطوں کے فاصلے ناپ کر اِن کے محل معلوم کرلیے جاسکتے ہیں لیکن عقدی نقطوں کی راست تعیین کا بھی ایک اچھا طریقہ ہے۔

متعلم کو یاد ہوگا کہ عقدی نقطوں کی خاصیت یہ بتائی گئی تھی کہ اگر نور کی کوئی شعاع ایک عقدی نقطہ میں سے گزرے تو اِس کی مزدوج شعاع دوسرے عقدی نقطہ میں سے گزرتی ہے اور واقع شعاع کے متوازی ہوتی ہے۔ اب فرض کرو کہ متوازی شعاعیں اِس نظام پر خطۂ شخص میں واقع ہو رہی ہیں اور یہ کہ یہ نظام چول دار ہوتا ہے تاکہ یہ خطۂ خیال کے عقدی نقطہ میں سے گزرنے والے ایک انتصابی محور کے گرد گردش کرسکے۔ اِس گردش کے دوران میں خطۂ شخص کا عقدی نقطہ ایک چھوٹی سی قوس مرتسم کرتا ہے اور اِس میں سے

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

یکے بعد دیگرے مختلف شعاعیں گزرتی جاتی ہیں۔ لیکن واقع شعاعیں سب کی سب باہم متوازی ہیں اور اس لیے خطۂ شخص کے عقدی نقطہ میں سے گزرنے والی شعاع کی سمت ہمیشہ ایک ہی رہتی ہے۔ بنا بریں خطۂ خیال کے عقدی نقطہ میں سے گزرنے والی شعاع کی سمت ہمیشہ ایک ہی رہتی ہے اور اگر خیال کو ایک پردہ پر حاصل کیا جائے تو یہ خیال نظام کو گھمانے پر ساکن رہتا ہے۔ اس پردہ اور گردشی محور کا درمیانی فاصلہ صریحاً نظام کے ماسکی طول کو تعبیر کرتا ہے۔
اس طریقہ کو عملی صورت دینے کے لیے عدسوی نظام کو ایک استادہ پر قایم کیا جاتا ہے جس کو ایک گردشی میز پر رکھ دیتے ہیں۔ اس میز کے ایک بازو استادہ کا محل پڑھنے کے لیے ایک پیمانہ لگا ہوتا ہے۔ یہ آلہ عقدی سرک والا آلہ کہلاتا ہے۔ استادہ کو پیمانے کے مختلف مقامات پر ترتیب دے کر ہر ایک ترتیب کے جواب میں گردشی میز کو گھمایا جاتا ہے۔ تاوقتیکہ گردش کا محور خطۂ خیال کے عقدی نقطہ میں سے نہ گزرے خیال پردہ پر حرکت کرتا جاتا ہے۔ ٹھیک محل سے آگے بڑھ جانے پر خیال کی حرکت کی سمت الٹ جاتی ہے۔

ماسکی طول کی تعیین کا زیادہ صحیح طریقہ :

معمل طبعیات میں ماسکی طول عام طور پر عددی نتایج کے خاطر معلوم نہیں کیے جاتے بلکہ طلبا کو علم مناظر کے اصول سمجھانے کی غرض سے۔ جن عدسوں کے ماسکی طولوں کی پیمایش کی جاتی ہے وہ عام طور پر عینک کے عدسے ہوتے ہیں اور ان کے ماسکی طول ۲۰ یا ۳۰ سمر ہوتے ہیں، کیونکہ ایسے عدسے دو میٹر طول والے تختِ مناظر کے لیے بہت موزوں ہوتے ہیں۔ محدب عدسے کے لیے صفحہ ۱۲۸ پر جو طریقے بیان کیے گئے ہیں اُن کے واحد نتایج سے ایسے عدسوں کے ماسکی طول قریب ترین ملی میٹر کی صحت تک حاصل ہوتے ہیں لیکن صفحہ ۱۳۵ پر بیان کیے ہوئے تکبیری طریقوں سے اس قدر صحیح نتایج حاصل نہیں ہوتے۔ اگر اس سے زیادہ صحت کی واقعی ضرورت ہو یا اگر ایک ایسا طریقہ مطلوب ہو جس سے مثلاً ایک دُوربین کے چشمہ کا معادل ماسکی طول بھی معلوم کیا جا سکے تو

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

بَک کے عدسوی امتحان کے تخت ۵ جیسے کسی حساس آلے سے کام لیا جا سکتا ہے۔ بہرحال یہ بتا دینا ضروری ہے کہ کسر پیمائی خُرد بین کی مدد سے جو تقریباً ہر محل میں پائی جاتی ہے ماسکی طولوں کی ایسی قیمتیں حاصل کی جا سکتی ہیں جو کسی اور طریقہ سے حاصل شدہ قیمتوں کے ساتھ بخوبی قابل مقابلہ ہوتی ہیں۔

اس طریقہ میں دور بر کے کسی شخص کے ہوائی خیال کی پیمائش کی جاتی ہے۔ ٹکسالی کے عدسوں کے لیے میں نے ۱۲ میتر کے فاصلہ پر رکھے ہوئے ۵۰ سم لمبے ایک اُفقی پیمانے سے شخص کا کام لیا۔ اس کو ایک برقی لیمپ سے بلکہ
سوڈیم کی روشنی سے منور کیا گیا تھا۔ خُردبینی دہانوں کے لیے یہ فاصلہ نسبتاً (۷۵)
بہت کم ہونا چاہیے۔ کسر پیمائی خُرد بین میں اُفقی اور انتصابی دونوں حرکتیں ہونی چاہییں۔ عدسہ کو اس کے سامنے ایک استادہ پر قایم کرکے خیال کا طول ناپ لیا جاتا ہے۔ اگر اس کی تکبیر ت اور شخص کا فاصلہ خیال سے ف ہو اور اگر ش اور خ کی محض حسابی قیمتوں کا لحاظ کیا جائے تو:

$$\text{ت} = \frac{\text{خ}}{\text{ش}} \text{ ، } \text{ف} = \text{ش} + \text{خ} = \text{ش}\,(1 + \text{ت})$$

اور

$$\text{م} = \frac{\text{ش}\,\text{خ}}{\text{ش} + \text{خ}} = \frac{\text{ت}\,\text{ش}}{1 + \text{ت}} = \frac{\text{ت}\,\text{ف}}{(1 + \text{ت})^2}$$

اس میں ت عام طور پر اتنا چھوٹا ہوتا ہے کہ نسب نما کو ۱ کے مساوی سمجھا جا سکتا ہے۔

اس طریقہ کی ایک خوبی یہ ہے کہ اس میں پیمائش کی فی صدی خطا شخص اور خیال کے طولوں کے لیے اور فاصلہ ف کے لیے ایک ہی ہوتی ہے۔

اب تک صدر مستویوں کے درمیانی فاصلہ کو نظر انداز کیا گیا ہے لیکن م کی پہلی قیمت سے اس کی تخمین ہو سکتی ہے۔ اس کے لیے ہوائی خیال سے فاصلہ م ناپ کر عدسہ کے ڈھانچے پر ایک نشان کر لیا جاتا ہے پھر عدسہ کو

۵ Beck Lens Testing Bench

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

پلٹ کر اسی عمل کو دُہراتے ہیں۔ یہ دونوں نشان صدر ہستویوں کے محلوں کو تعبیر کرتے ہیں کیونکہ ف بہت ہی بڑا ہے۔ اس فاصلہ کو ف میں سے تفریق کر کے زیادہ صحیح نتیجہ محسوب کر لیا جا سکتا ہے۔ ف اتنا بڑا ہوتا ہے کہ اِس کے بہت زیادہ صحت کے ساتھ جاننے کی ضرورت نہیں پڑتی۔

اِس طریقہ کا اطلاق طویل ماسکی طول والے عدسوں پر بھی ہو سکتا ہے۔ اِس کے لیے دو بعید شخصوں کو لے کر آلۂ سُدس کی مدد سے اِن کے درمیانی زاویہ کی پیمائش کر لی جاتی ہے۔ چنانچہ اگر خیال کا طول ل اور زاویہ ۲ عہ ہو تو

م مساوی ہوگا محض $\frac{ل}{۲ مس عہ}$ کے۔

عدسہ کی ضلالتوں کی تحقیق: کسی عدسوی نظام کی وجہ سے بننے والے خیال اور شخص کے محلوں کے درمیان ربط دکھانے والے ضابطہ کو اخذ کرتے وقت یہ مان لیا گیا تھا کہ ہر ایک شعاع محور کے ساتھ ایک ایسا چھوٹا زاویہ بناتی ہے کہ اِس کے جیب کو اِس کے مساوی اور اِس کے جیب التمام کو اکائی کے مساوی رکھا جا سکتا ہے لیکن اگر اِن زاویوں کے جیوب اور جیوب التمام کے پھیلاؤں میں دوسری رقموں کا بھی لحاظ کیا جائے تو ہم اِس نظام میں سے شعاعوں کے گزر پر ایک عام نقطۂ نظر سے غور کر سکتے ہیں۔ چنانچہ اِس تحقیق سے پایا جاتا ہے کہ اگر شخص ایک نقطہ ہو تو خطۂ خیال میں شعاعیں ایک نقطہ کی جانب نہیں بلکہ ایک چھوٹے سے رقبہ کی جانب مستدق ہوتی ہیں۔ اگر محور کے ساتھ بننے والے زاویے اتنے بڑے ہوں کہ اِن کے جیوب اور جیوب التمام کے پھیلاؤں میں صرف دو رقموں کا لینا کافی تقریب نہ ہو تو ایسی صورت کی تحقیق کا کوئی عمدہ طریقہ نہیں ہے۔ اِس صورت میں خطۂ خیال میں شعاعوں کے راستے علم مثلث کے طول طویل حسابات سے معلوم کرنے پڑتے ہیں۔

اگر شعاعیں محور کے ساتھ چھوٹے زاویے نہ بنائیں تو خیال مسخ ہوتا

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ہے یا اِس میں نقایص پائے جاتے ہیں۔ بعض خاص صورتوں میں یہ نقایص امتیازی شکلیں اختیار کرتی ہیں ۔ مثلاً کروی ضلالت، کوما[ا]، ابہامیت[۲]، سطح کا انحنا، مسخ[۳] - جن میں سے ہر ایک ریاضیاتی نظریہ کے ایک خاص مستقل پر منحصر ہوتا ہے - پس عام نظریہ میں یوں سمجھا جا سکتا ہے کہ یہ پانچوں نقایص باہم غیر تابع طریقہ پر اور ایک متغیر حد تک پائے جا سکتے ہیں - یہ اِس نظام کے لیے شخص کے ایک معین محل کے لیے ایک اختصاصی حیثیت رکھتے ہیں۔ اِن میں سے کسی ایک نقص کے لیے اِس کے متناظر مستقل کی قیمت کو صفر کے مساوی بنا کر نظام کی تصحیح کر لی جا سکتی ہے اور اِن میں سے ہر ایک کے لیے نظام کا علٰحدہ علٰحدہ امتحان کر کے اِس کے خیال بنانے والے خواص کی تحقیق کی جا سکتی ہے - لیکن یہ بیان کر دینا ضروری ہے کہ فی زمانہ اِن نقایص کی جانچ یا قدری پیمایش کے کوئی عام مسلّمہ طریقے نہیں ہیں۔ (۷۶)

بلاشبہ مذکورۂ بالا نقایص کے علاوہ عدسوں کی سطحیں صحیح نہ ہونے کی وجہ سے یا اِن کے مختلف اجزاء کے مرکز ایک سیدھ میں نہ ہونے کی وجہ سے بھی، دیگر نقایص پائے جا سکتے ہیں۔ اِن کے سوا لونی ضلالت بھی ہے۔

چونکہ ایک کے لحاظ سے خوبی اکثر اوقات کسی دوسرے کے لحاظ سے خامی پیدا کر کے حاصل کی جا سکتی ہے اِس لیے عدسوں کا امتحان صریحاً اُن خاص حالات کے تحت کرنا پڑتا ہے جس میں کہ یہ استعمال ہونے والے ہوں اور اُن نقایص کے لیے جو اِن خاص حالات میں اہم ہوں۔

عدسوں کی ضلالتوں کی صحیح پیمایش کے لیے باب کے تحت امتحان جیسا آلہ ناگزیر ہوتا ہے - بہرحال ذیل میں دو آسان طریقے بیان کیے جاتے ہیں جو ضلالتیں بڑی ہونے کی صورت میں کچھ حد تک مفید ثابت ہو سکتے ہیں۔

پہلے طریقے میں ایک ایسے کسر پیمائی خردبین کی ضرورت پڑتی ہے جس کو اِس کے طول کی سمت میں آگے کی طرف دستی پیچ کی مدد سے سرکایا جا سکتا ہو - اگر اِس کے طول کے علی القوایم انتصابی حرکت اور اُفقی حرکت کا بھی انتظام ہو تو بڑی سہولت ہو گی لیکن یہ ناگزیر نہیں ہیں - الومینیم کے

[ا] Coma [۲] Astigmatism [۳] Distortion

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ایک پتلے پترے میں بنے ہوئے ایک مم قطر کے ایک دائری سوراخ سے مبداء کا کام لیا جاتا ہے۔ اِس کو خردبین سے تقریباً ۱۴ میٹر کے فاصلہ پر ایک لیمپ کے سامنے قایم کر دیا جاتا ہے۔ زیرِ امتحان عدسہ اِس منور سوراخ کا ایک ہوائی خیال بناتا ہے جس کا مشاہدہ خردبین کی مدد سے کیا جاتا ہے۔

لونی ضلالت کی پیمایش کے لیے سوراخ کے پیچھے سرخ شیشہ کا ایک ٹکڑا رکھ کر خیال کی تمسیک کر لی جاتی ہے۔ پھر اس سرخ شیشہ کو ہٹا کر اس کی بجائے ایک سبز شیشے کے ٹکڑے کو نیلگوں شیشہ کے ٹکڑے کے ساتھ ملا کر رکھ دیا جاتا ہے جس سے تقریباً یک لونی سبز روشنی حاصل ہوتی ہے۔ خردبین کو آگے سرکا کر خیال کی مکرر تمسیک کر لی جاتی ہے۔ اِن دونوں خیالوں کے درمیانی فاصلہ ل کو عدسے کے ماسکی طول پر تقسیم کرنے سے لونی ضلالت کی تقریبی قیمت حاصل ہو جاتی ہے۔

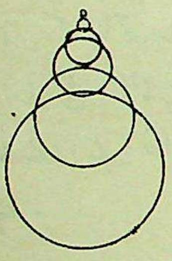
کروی ضلالت کی پیمایش کے لیے دو سوراخوں والے ایک پردہ سے کام لیا جاتا ہے۔ ایک سوراخ میں سے عدسہ کے مرکز سے گزرنے والی شعاعیں گزر جاتی ہیں اور دوسرے سوراخ میں سے عدسہ کے حاشئی منطقہ میں سے گزرنے والی شعاعیں گزر جاتی ہیں۔ یہ روک عدسہ کے سامنے یکے بعد دیگرے رکھے جاتے ہیں۔ اگر اِن دونوں صورتوں میں خیالوں کا درمیانی فاصلہ ل ہو اور حاشئی منطقہ کے اوسط قطر کے محاذی خیال پر بننے والے زاویہ کا نصف طہ ہو تو جملہ $\frac{\text{ل}}{\text{م طہ}^{2}}$ کو کروی ضلالت کی قدر مان لیا جا سکتا ہے کیونکہ تصحیح نہ کیے ہوئے ایک عدسہ کے لیے اِن خیالوں کا درمیانی فاصلہ طہ^{2} کے متناسب ہوتا ہے۔

ابہامیت کی پیمایش کے لیے عدسہ کو اس طرح رکھا جاتا ہے کہ اس کا محور خردبین اور مبداء کو ملانے والے خط کے ساتھ تقریباً ۹۰° کا ایک زاویہ طہ بنائے۔ چنانچہ اِس صورت میں ایک نقطئی خیال کی بجائے دو عمود علی القوایم خطی خیال دکھائی دیتے ہیں جن کے درمیان خردبین کے محور کی سمت میں

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

ایک فاصلہ ل پایا جاتا ہے۔ البتہ اِن پر دیگر نقائص کی وجہ سے پردہ پڑسکتا ہے۔ اِن خطی خیالوں کا درمیانی فاصلہ ط کی چھوٹی قیمتوں کے لیے ط۲ کے متناسب ہونا چاہیے۔ پس ابہامیت کی تقریبی پیمایش $\frac{ل}{م ط^۲}$ سے ہوسکتی ہے۔ (۷۷)

اگر کسی عدسہ کی مدد سے ایک ایسے نقطئ مبداء کا خیال حاصل کیا جائے جو اُس کے محور پر واقع نہ ہو تو عدسہ کے مرکزی منطقہ کی وجہ سے تو ایک نقطئ خیال بنیگا لیکن دیگر منطقوں کی وجہ سے حلقئ خیال بن سکتے ہیں جن کے قطر عدسے کے مرکز سے منطقہ کے فاصلہ کے ساتھ ساتھ بڑھتے جاتے ہیں۔ یہ صورت اُس وقت بھی پیدا ہوسکتی ہے جبکہ عدسہ کی تصحیح کروی ضلالت کے لیے کرلی گئی ہو۔ یہ حلقے ہم مرکز نہیں بلکہ شکل ۶۸ کے مطابق ہوتے ہیں اور ہر حلقہ کا نصف قطر نقطئ خیال سے اِس کے مرکز کے فاصلہ کا نصف ہوتا ہے۔ بنابریں روشنی کا بیضوی شکل کا ایک دھبہ حاصل ہوتا ہے جس کا تنگ سرا دوسرے سرے سے بہت زیادہ منوّر ہوتا ہے۔ اِس نقص کو کوما کہتے ہیں اور یہ نقص اُس وقت غائب ہوجاتا ہے جبکہ عدسئ نظام جیبی شرط کی مطابقت کرے۔



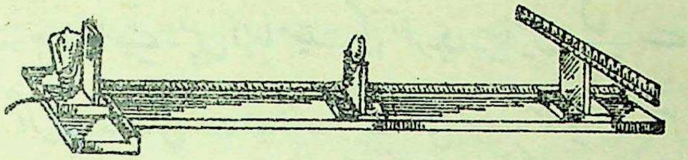
شکل ۶۸

عینک کے عدسہ کی وجہ سے بننے والے خیال کے انحنا اور مسخ کی پیمایش

شکل ۶۹ میں دکھلائے ہوئے آلہ کی مدد سے بخوبی کی جاسکتی ہے۔ یہ آلہ ایک تختِ مناظر پر مشتمل ہوتا ہے جس کے ایک سرے پر ایک آڑا تخت ملحق رہتا ہے۔ اِس کے کنارہ سے لگ کر ایک استادہ حرکت کرسکتا ہے جس پر لیمپ سے منوّر کردہ صلیبی تار لگے ہوتے ہیں۔ خیال حاصل کرنے کے لیے معمولاً استعمال ہونے والے پردہ کی بجائے ایک لانبے سفید پیمانے سے کام لیا جاتا ہے۔ یہ پیمانہ اور عدسہ کا استادہ دونوں خود تخت پر حرکت کرتے ہیں۔

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اصلی تخت اور آڑے تخت دونوں پر ملی میتروں کے پیمانے لگے ہوتے ہیں۔



شکل ۶۹

لیمپ کو پہلے اِس طرح رکھا جاتا ہے کہ شخص اور خیال کو ملانے والا خط تخت کے محور کے ٹھیک متوازی رہے۔ اب اگر لیمپ کو آڑے تخت پر بقدر فاصلہ ا ہٹایا جائے تو خیال پیمانے پر بقدر فاصلہ ب کے ہٹ جاتا ہے اور اِس کے ساتھ ساتھ مکرر تنبیک حاصل کرنے کے لیے ثانی الذکر کو تخت پر بقدر فاصلہ ج ہٹانا پڑتا ہے۔ مسخ کی پیمایش ب اور ا کے تناسب میں پائے جانے والے انحراف سے کی جاتی ہے اور انحنا $\frac{ب}{ج}$ کے متناسب ہوتا ہے۔

مثالیں

(۱) ۲۰ سمر ماسکی طول والے ایک پتلے محدب عدسہ کے محور پر عدسہ کی بائیں جانب ۵۰ سمر کے فاصلہ پر ۲ سمر کی قامت کا ایک شخص رکھا ہے۔ اس عدسہ کی داہنی جانب اِسی کے محور پر اور اِس سے ۱۰ سمر کے فاصلہ پر ۴۵ سمر ماسکی طول والا ایک پتلا مقعر عدسہ رکھا ہے۔ آخری خیال کا محل اور اِس کی قامت دریافت کرو۔

(۲) اگر تخت مناظر پر ایک پتلا عدسہ اِس طرح بٹھایا جائے کہ یہ تخت کے محور پر ٹھیک عمود دار نہ ہو بلکہ ایک انتصابی محور کے گرد ایک چھوٹے سے زاویہ میں گھما ہوا ہو تو شخص کے طور پر استعمال کیے ہوئے انتصابی اور اُفقی صلیبی تار بیک وقت (۷۸)

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ماسکہ میں نہیں آتے۔ چنانچہ اگر پہلے انتصابی تار کو ماسکہ میں لایا گیا ہو تو اُفقی تار کو ماسکہ میں لے آنے کے لیے خیال کے پردہ کو بقدر ایک چھوٹے سے فاصلے کے ہٹانا پڑتا ہے۔ تجربی طور پر معلوم کرو کہ یہ ہٹاؤ عدسہ اور تختہ کے محوروں کے درمیانی زاویہ کے ساتھ کس طرح بدلتا جاتا ہے۔ زاویہ کی پیمایش چاندہ کی مدد سے بخوبی ہو سکتی ہے۔

(۳) ایک طالب علم کو ایک محدّب عدسہ اور ایک مقعر عدسہ دے کر اُس سے اِن کے ماسکی طول معلوم کرنے کے لیے کہا جاتا ہے۔ اِن کے کناروں کے قطر مساوی ہیں لیکن مقعر عدسہ کا کچھ حصّہ، شاید اِس کے سارے رقبہ کا چھٹا حصّہ، اتفاق سے ٹوٹا ہوا ہے۔ محدّب عدسہ کا ماسکی طول بآسانی معلوم کر لیا گیا اور یہ ۴ء۲ سمر حاصل ہوا۔ چونکہ محدّب عدسہ مقعر عدسہ سے زیادہ طاقتور معلوم ہو رہا تھا اِس لیے مقعر عدسہ کے ماسکی طول کی تعیین کے پہلے طریقہ سے کام لیا گیا۔ لیکن متعلّم کو یہ دیکھ کر تعجب ہوتا ہے کہ اِس مرکب عدسہ سے ہمیشہ دو خیال حاصل ہوتے ہیں جن میں سے ایک مدّھم اور عدسوں سے قریب ہوتا ہے اور دوسرا منوّر اور عدسوں سے دور۔ اگر مدّھم خیال سے کام لیا جائے تو اِس مرکب نظام کا ماسکی طول ۳۴ء۴ سمر حاصل ہوتا ہے اور اگر روشن خیال سے کام لیا جائے تو یہ ماسکی طول ۲ء۸۳ سمر حاصل ہوتا ہے۔ اُسے کس خیال سے کام لینا چاہیے اور کیوں؟

(۴) ایک مقعر آئینہ کا ماسکی طول ش اور خ کی پیمایش سے حسب معمول معلوم کر لیا جاتا ہے اِس تجربے میں شعاعیں خیال کے پردہ میں بنے ہوئے ایک بڑے سوراخ میں سے گزر کر آئینہ پر واقع ہوتی ہیں اور اِس آئینہ کو ایک انتصابی محور کے گرد کسی قدر گھما کر رکھنا پڑتا ہے تاکہ خیال خود سوراخ ہی پر واقع نہ ہو۔ اِس کی وجہ سے تجربہ میں پائے جانے والی خطا کی قدر پر مقعر آئینہ پر کے ابہامی انعکاس کے نظریہ کی رو سے بحث کرو اور کسی حقیقی صورت کے لیے اعداد پیش کرو۔

(۵) ایک مقعر آئینہ کا ماسکی طول معلوم کرنے کی غرض سے کئی میتر کے فاصلے پر رکھے ہوئے ایک لیمپ کا خیال حاصل کیا جاتا ہے جس سے یہ ماسکی طول ۱ء۳۲ سمر پایا جاتا ہے۔ اِس نتیجہ کے ۲ ممر تک صحیح ہونے کے لیے لیمپ کو کتنے فاصلہ پر ہونا چاہیے؟

(۶) ۲۲ سمر ماسکی طول کا ایک محدّب کروی عدسہ ایک اُسطوانی عدسہ کے ساتھ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

تماس میں رکھا ہوا ہے اور اِس اجتماع سے منوّر صلیبی تاروں کا، جو انتصاباً اور افقاً واقع ہیں ایک خیال حاصل کیا جاتا ہے۔ اُسطوانی عدسہ کا ایک رُخ مستوی ہے اور اُسطوانی سطح کا محور انتصابی ہے۔ اگر شخص اِس اُسطوانی عدسے سے ۵۰ سمر کے فاصلہ پر واقع ہو اور یہ اُسطوانی عدسہ (ا) ۴۰ سمر ماسکی طول کا ایک محدب عدسہ ہو (ب) ۴۰ سمر ماسکی طول کا ایک مقعر عدسہ ہو، تو دریافت کرو کہ ہر ایک صلیبی تار کا خیال کہاں بنتا ہے۔

(۷) کروی آئینہ کے نصف قطر انحنا کے لیے صفحہ ۱۳۲ پر اخذ کیے ہوئے ضابطے بہت زیادہ آسان ہو جاتے ہیں اگر ل کو ط کے مقابلہ میں نظر انداز کیا جا سکے۔ ثابت کرو کہ یہ مفروضہ بمنزلۂ یہ فرض کرنے کے ہے کہ چھوٹا پیمانہ خیال ہی کے مستوی میں واقع ہے۔ نیز اِس مفروضہ کی بنا پر ابتدائی اُصولوں سے محولۂ بالا آسان ضابطے اخذ کرو۔

(۸) دو اُسطوانی عدسے جن میں سے ہر ایک کا ایک رُخ مستوی ہے ایک دوسرے کے ساتھ تماس میں رکھے ہوئے ہیں، اِن کی مدد سے ۳۰ سمر کے فاصلے پر رکھے ہوئے منوّر صلیبی تاروں کا ایک حقیقی خیال حاصل کیا جاتا ہے۔ اُسطوانی سطحوں کے محاور ایک دوسرے کے علی القوایم ہیں اور اِن میں سے ہر ایک محور ایک صلیبی تار کے متوازی ہے۔ صلیبی تاروں کے خیال اِس مرکب نظام سے بالترتیب ۴۰ اور ۶۰ سمر کے فاصلوں پر حاصل ہوتے ہیں۔ اِن عدسوں کے ماسکی طول کیا ہیں؟ اگر دونوں اُسطوانی سطحوں کے محور ایک ہی صلیبی تار کے متوازی ہوتے تو اِس کا خیال کہاں بنتا؟

(۹) ایک محدب عدسہ کو تختِ مناظر پر چڑھا کر اِس سے ایک پردہ پر خیال حاصل کیا جاتا ہے جس کی تکبیر ۲،۴۱ ہے۔ پھر شخص اور خیال کے پردوں کو اپنی اپنی جگہ قایم رکھ کر عدسہ کو خیال کی طرف ۱۰ سمر ہٹایا جاتا ہے جس سے ایک واضح خیال دوبارہ حاصل ہوتا ہے۔ اگر اِس صورت میں تکبیر ۰،۴۱۵ ہو تو عدسہ کا ماسکی طول محسوب کرو۔

(۱۰) باب ہٰذا کے پہلے طریقہ سے ایک پتلے محدب عدسے کا ماسکی طول ن مرتبہ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(بالفرض ۸ یا ۱۰ مرتبہ) معلوم کرو۔ اِن سب نتایج کا اوسط لو، اِس اوسط قیمت سے ہر ایک نتیجہ کا فرق محسوب کرو، اِن کے مربع لے کر اِن مربعوں کا حاصل جمع معلوم کرو، اِس حاصل جمع کو ن (ن - ۱) پر تقسیم کرکے خارج قسمت کا جذر نکالو۔ اِس جذر کو آخری نتیجہ کی "اوسط خطاے" کہتے ہیں۔ اس اوسط خطا کو (۷۹)
۲/۳ سے (بلکہ ترجیحاً ۶۷۴ء سے) ضرب دینے پر آخری نتیجہ کی "اغلب خطاٹ" حاصل ہوگی۔ آخری نتیجہ کی اوسط خطا اور اغلب خطا کو تعداد مشاہدات کے جذر سے ضرب دینے پر انفرادی مشاہدات کی اوسط خطا اور اغلب خطا حاصل ہوتی ہے۔

مثلاً جدول ذیل کے پہلے کالم میں ایک عدسے کے ماسکی طول کے ۱۰ مشاہدات درج ہیں جو ایک ہی تختہ مناظر پر محولۂ بالا طریقے سے لیے گئے ہیں:-

م	فرق (فہ)	فہ۲
۱۹ء۹۱ سم	-۲۴۴ء	۰۵۹۵۴ء
۲۰ء۰۷ ″	-۰۸۴ء	۰۰۷۰۶ء
۲۰ء۱۱ ″	-۰۴۴ء	۰۰۱۹۴ء
۲۰ء۱۶ ″	+۰۰۶ء	۰۰۰۰۴ء
۲۰ء۱۴ ″	-۰۱۴ء	۰۰۰۲۰ء
۲۰ء۲۷ ″	+۱۱۶ء	۰۱۳۴۶ء
۲۰ء۲۱ ″	+۰۵۶ء	۰۰۳۱۴ء
۲۰ء۱۴ ″	-۰۱۴ء	۰۰۰۲۰ء
۲۰ء۲۲ ″	+۰۶۶ء	۰۰۴۳۶ء
۲۰ء۳۱ ″	+۱۵۶ء	۰۲۴۳۴ء
اوسط = ۲۰ء۱۵۴		حاصل جمع = ۱۱۴۲۸ء

نتیجہ کی اوسط خطاء = $\sqrt{\frac{۱۱۴۲۸ء}{۹۰}}$ = ۰۳۵۶ء

نتیجہ کی اغلب خطاء = $\frac{۲}{۳}$ × ۰۳۵۶ء = ۰۲۳۷ء

ٹ Probable error　　ے Mean error

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

ایک واحد مشاہدہ کی اوسط خطاء = ٫۰۳۵۶ × $\sqrt{۱۰}$ = ٫۱۱۱۳

اور ایک واحد مشاہدہ کی اغلب خطاء = ٫۰۲۳۷ × $\sqrt{۱۰}$ = ٫۰۷۴۹

نتایج بالا کو حاصل کرنے کا یہ طریقہ نظریۂ ظن ؎ پر مبنی ہے۔ یہ نتایج صرف اُسی صورت میں درست ہوتے ہیں جب کہ انفرادی مشاہدات صحیح قیمت کے لگ بھگ محض کلیہ اتفاق کے تحت بکھرے ہوئے ہوں۔ اِن نتایج میں یک طرفہ خطاؤں کا کوئی لحاظ نہیں ہوتا مثلاً جو خطائیں اِس مفروضہ کی وجہ سے پیدا ہوتی ہیں کہ مستعملہ عدسہ نہایت ہی پتلا ہے اور یہ کہ اِس کے صدری نقاط باہم منطبق ہوتے ہیں، اُن سے اِن نتایج کو کوئی سروکار نہیں۔

کسی واحد مشاہدہ کی اغلب خطاء ایک ایسی مقدار کو ظاہر کرتی ہے جس کے اُوپر اور نیچے بروئے نظریہ فہ کی قیمتوں کی ایک مساوی تعداد پائی جانی چاہیے۔ مثال بالا میں فہ کی چار قیمتیں یعنی ٫۲۴۴، ٫۰۸۴، ٫۱۱۶ اور ٫۱۵۶، اوسط اغلب خطاء ٫۰۷۴۹ سے بڑی ہیں اور ۶ قیمتیں یعنی ٫۰۴۴، ٫۰۰۶، ٫۰۱۴، ٫۰۵۶، ٫۰۱۴ اور ٫۰۶۶ اِس سے چھوٹی۔

؎ Theory of Probability

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

چھٹا باب

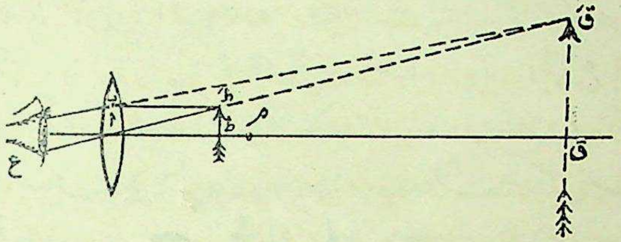
مناظری آلات

(۸۰) **تکبیری شیشہ یا سادہ خردبین:** طبعی آنکھ کی بہترین تمسیک ایک ایسے شخص پر ہو سکتی ہے جو اِس سے ۱۰ یا ۱۲ انچ کے فاصلہ پر واقع ہو۔ بنا بریں اِس فاصلے کو رویت واضح کا فاصلہ کہتے ہیں۔ اگر ہم شخص کو قریب تر لاکر اُس کی مزید تفصیلات کا مشاہدہ کرنا چاہیں تو اس کو وضاحت سے دیکھنے کے لیے ہمیں آنکھ پر بار ڈالنا پڑتا ہے۔ پس کسی شخص کی تفصیلات کے دیکھنے کے لیے واضح رویت کا فاصلہ ہی بہترین مقام ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ ا ب چھوٹے ماسکی طول کا ایک محدب عدسہ ہے جو ع پر کی آنکھ کے سامنے رکھا ہے۔ فرض کرو کہ اِس عدسہ کا ماسکہ م ہے اور ایک شخص ط طَ اِس کے ماسکی طول کے اندر واقع ہے۔ چنانچہ عام ترسیمی طریقہ سے خیال کا محل ق قَ پر حاصل ہوگا۔ یعنی ط طَ سے نکل کر آنکھ میں داخل ہونے والی تمام شعاعیں عدسہ کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد ق قَ سے آتی ہوئی معلوم ہونگی۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri



شکل ۷۰

ہمیں معلوم ہے کہ

$$\frac{\text{ما}_2}{\text{ما}_1} = \frac{\text{خ}}{\text{ش}} = 1 - \frac{\text{خ}}{\text{م}}$$

جہاں ما_2 خیال کی قامت ہے اور ما_1 شخص کی قامت۔ اب فرض کرو کہ یہ خیال رویت واضح کے فاصلہ پر واقع ہے۔ اِس فاصلہ کو ف سے تعبیر کرو۔ چونکہ آنکھ عدسہ سے بہت قریب ہوتی ہے اِس لیے ہم خ کو ف کے مساوی سمجھ سکتے ہیں۔ بنابریں $\text{ما}_2 = \text{ما}_1 \left(1 - \frac{\text{ف}}{\text{م}}\right)$ یا تقریباً $-\frac{\text{ما}_1\,\text{ف}}{\text{م}}$ کے کیونکہ م، ف کے مقابلہ میں چھوٹا ہوتا ہے۔

کسی شخص کی ظاہری قامت اُس زاویہ پر منحصر ہوتی ہے جو اِس شخص کے محاذی آنکھ پر بنتا ہے، لیکن اگر شخص ط ط کا آنکھ سے راست امتحان مقصود ہو تو اِس کو ق پر رکھنا پڑیگا۔ اِس لیے عدسہ کے بغیر اور عدسہ کے ساتھ دکھائی دینے والی ظاہری قامتوں میں وہی نسبت پائی جائیگی
(۱۸) جو شخص اور خیال کے خطی ابعاد میں پائی جاتی ہے بشرطیکہ یہ چھوٹے ہوں۔

پس اِس عدسہ کی وجہ سے پیدا ہونے والی تکبیر $\frac{\text{ف}}{\text{م}}$ ہوگی جبکہ اِس کی علامت کو نظر انداز کردیا جائے۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

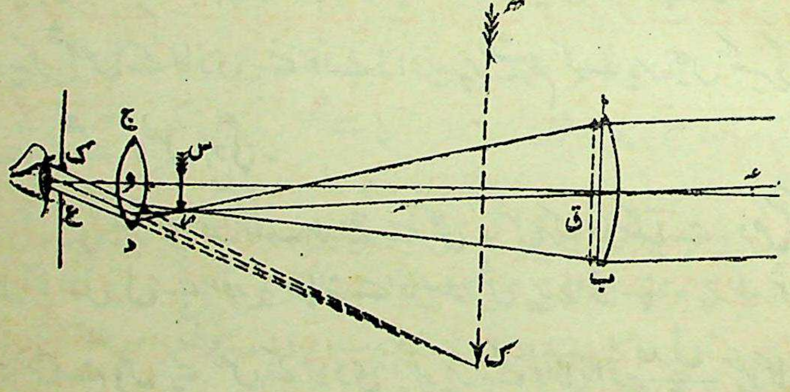
Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

جب ایک واحد محدّب عدسہ کو طریقہ بالا کے مطابق استعمال کیا جاتا ہے تو اِس کو بعض اوقات سادہ خردبین کہتے ہیں۔

ایک واحد عدسہ کی بجائے پتلے عدسوں کا ایک اجتماع بھی استعمال کیا جا سکتا ہے مثلاً فلنٹ[ہ] شیشہ کے دو مقعر عدسوں کے درمیان کراؤن شیشہ[لہ] کا ایک دوہرا محدّب عدسہ دے کر اِس مرکب عدسہ سے ایک سادہ خردبین کا کام لیا جا سکتا ہے۔ ایسے اجتماع کو لونی ضلالت، ابہامیت اور مسخ کے لیے درست کیا جا سکتا ہے۔

فلکی دُوربین: فلکی دوربین کا مناظری نظام دو عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے: ایک عدسہ جو دہانہ کہلاتا ہے دور کے کسی شخص کا ایک حقیقی خیال پیدا کرتا ہے اور دوسرا عدسہ جو چشمہ کہلاتا ہے پہلے خیال کا ایک مکبّر مجازی خیال پیدا کرتا ہے۔

اِس کی وضاحت شکل اے میں کی گئی ہے۔ ا ب دہانہ ہے جس کا



شکل اے

قطر ق اور ماسکی طول م ہے۔ ج د چشمہ ہے جس کا ماسکی طول م ہے۔ ا ب اپنے ماسکی مستوی میں شخص کا ایک حقیقی اور اُلٹا خیال د س بناتا ہے

[لہ] Crown glass

[ہ] Flint glass

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

یہ خیال ج د کے ماسکہ کے عین اندر ہوتا ہے جس سے یہ عدسہ ایک تکبیری شیشہ کی طرح عمل کرتے ہوئے گ ھ پر د س کا ایک مجازی مکبّر خیال پیدا کرتا ہے۔ گ ھ پر کا یہی وہ خیال ہے جو ع ک پر کی آنکھ کو دکھائی دیتا ہے۔

اِس آلہ کی تکبیر معلوم کرنے کے لیے ہم حسبِ ذیل طریقہ اختیار کر سکتے ہیں۔ فرض کرو کہ دور کے شخص کے محاذی آنکھ پر زاویہ ۲ عہ بنتا ہے۔ چونکہ شخص بہت دور واقع ہوتا ہے اِس کے محاذی دہانہ پر بننے والا زاویہ بھی ۲ عہ ہی ہوگا۔ بنا بریں خیال د س کا طول ۲ عہ ھ ہوگا۔ چونکہ د س عدسہ ج د سے عین فاصلہ م پر واقع ہے اِس لیے اِس کے محاذی و پر بننے والا زاویہ $\frac{\text{۲ عہ ھ}}{\text{م}}$ ہوگا۔ چونکہ گ بہت دور واقع ہے اِس لیے و د عملاً متوازی ہوگا د گ کے۔ یہ بات گ کی تعیین کے ترسیمی طریقے سے بخوبی واضح ہو جائیگی۔ بنا بریں آخری خیال گ ھ کے محاذی آنکھ پر بننے والا زاویہ بھی $\frac{\text{۲ عہ ھ}}{\text{م}}$ ہی ہوگا۔ اِس لیے آخری خیال کے محاذی بننے والے زاویہ کو شخص کے محاذی بننے والے زاویہ پر تقسیم کرنے پر ہمیں تکبیر کی قیمت $\frac{\text{ھ}}{\text{م}}$ حاصل ہوگی۔

(۸۲) یہی نتیجہ کسی قدر مختلف طریقے سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔ فرض کرو کہ شخص کا طول ل ہے اور یہ دہانہ سے فاصلہ ش پر واقع ہے۔ چونکہ ش بہت بڑا ہے اِس لیے شخص کے محاذی آنکھ پر بننے والا زاویہ $\frac{\text{ل}}{\text{ش}}$ ہوگا۔ چونکہ خیال اور شخص میں وہی نسبت پائی جاتی ہے جو اِن کے فاصلوں میں اِس لیے د س $= \frac{\text{ل ھ}}{\text{ش}}$ ۔ فرض کرو کہ گ ھ کا فاصلہ و سے ف ہے۔ تب اُسی قاعدہ کی رو سے گ ھ $= \frac{\text{ل ھ ف}}{\text{ش م}}$ اور گ ھ کے محاذی آنکھ پر

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

بننے والا زاویہ تقریباً $\frac{ل ھ}{ش م}$ ہوگا۔ اِس کو شخص کے محاذی بننے والے اصلی زاویہ پر تقسیم کرنے سے ہمیں تکبیر کے لیے پھر وہی قیمت $\frac{ھ}{م}$ حاصل ہوتی ہے۔

فرض کرو کہ نقاط ع اور ک چشمہ کی وجہ سے نقطوں ا اور ب کے خیال ہیں۔ فرض کرو کہ ک ع کا فاصلہ و سے خ ہے۔ تب

$$\frac{1}{خ} + \frac{1}{ھ + م} = \frac{1}{م}$$

اگر ہم خ، ھ اور م کی علامتوں کا لحاظ نہ کریں تو

$$خ = \frac{م\,(ھ + م)}{ھ}$$

اور

$$ک\,ع = \frac{خ\,ق}{ھ + م} = \frac{م\,ق}{ھ}$$

شعاع ا ل منعطف ہونے کے بعد نقطہ ع میں سے گزرتی ہے۔ وہ تمام شعاعیں جو دونوں عدسوں میں سے گزرتی ہیں ک اور ع کے درمیان میں سے گزرتی ہیں اور اگر وہاں ایک پردہ رکھا جائے تو اِس پر ایک روشن دائری قرص دکھائی دیگی۔ یہ قرص، جو بعض اوقات حلقۂ چشم[ہ] کہلاتی ہے ایپیئے کی مجوزہ اصطلاح میں اِس آلہ کی **نکاس پتلی**[ط] ہوتی ہے۔ ک ع کے لیے اُوپر حاصل شدہ جملہ سے ظاہر ہے کہ دہانہ کے قطر اور حلقۂ چشم کے قطر کی نسبت تکبیر کے مساوی ہوتی ہے۔

شعاعیں اِس آلہ میں سے باہر نکلنے کے بعد حلقۂ چشم پر ایک دوسرے کے بہت ہی قریب آجاتی ہیں اور یہی آنکھ کے لیے مناسب ترین

ط Exit-pupil　　ہ Eye-ring

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

مقام ہوتا ہے ۔ یہ آلہ عام طور پر اِس طرح وضع کیا جاتا ہے کہ اِس کا حلقۂ چشم آنکھ کی پتلی سے چھوٹا رہے تاکہ دہانہ سے آنے والی ساری روشنی آنکھ میں داخل ہوجائے ۔ لیکن شکل ۱۷ کی وضاحت کے لیے اِس میں حلقۂ چشم کو بڑا دکھلایا گیا ہے ۔

شکل ۱۷ کی غرض صرف یہ ہے کہ فلکی دوربین کے نظریہ کی توضیح ہو ۔ لیکن عملی طور پر دہانہ ایک واحد عدسہ کی بجائے لونی ضلالت کے لیے صحیح شدہ ایک مرکّب عدسہ پر مشتمل ہوتا ہے ۔ چھوٹی دوربینوں کی صورت میں مثلاً جیسی کہ طیف پیماؤں میں استعمال کی جاتی ہیں ، دہانہ اکثر صفحہ ١١٩ پر بیان کی ہوئی شکل کا ہوتا ہے یعنی یہ کراؤن شیشہ کے ایک ایسے مساوی التحدب عدسہ پر مشتمل ہوتا ہے جس کے پیچھے فلنٹ شیشہ کا ایک مستوی مقعر عدسہ چسپاں رہتا ہے ۔ اِسی طرح چشمہ بھی ایک واحد تکبیری شیشہ پر مشتمل ہونے کی بجائے ریمسڈن یا ہوئگینس کے مرکب چشمہ پر مشتمل ہوتا ہے ۔

ریمسڈن کا چشمہ دو مساوی مستوی محدّب عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے جن کے منحنی رُخ بالمقابل ہوتے ہیں اور جن کا درمیانی فاصلہ کسی ایک عدسہ کے ماسکی طول کا دو تہائی ہوتا ہے ۔ ہوئگینس کا چشمہ بھی دو محدّب عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے لیکن اِس میں آنکھ سے بعید تر عدسہ کا ماسکی طول دوسرے عدسہ کے ماسکی طول سے بڑا اور عام طور پر تین گنا ہوتا ہے اور اِس کے دونوں عدسوں کا درمیانی فاصلہ چھوٹے ماسکی طول کا دُگنا ہوتا ہے ۔ اِن دونوں چشموں میں آنکھ کے متصل عدسہ کو چشمی عدسہ اور دوسرے عدسہ کو میدانی عدسہ کہتے ہیں ۔ اگر ہم میدانی عدسہ کے ماسکی طول کو م سے اور چشمی عدسہ کے ماسکی طول کو مَ سے تعبیر کریں تو اِس اجتماع کا ماسکی طول (دیکھو صفحہ ۸۵) حسب ذیل ہوگا :- (٨۴)

ریمسڈن کے چشمہ کا ماسکی طول

$$\frac{م\,مَ}{م + مَ + ا} = \frac{3}{4}\,م$$

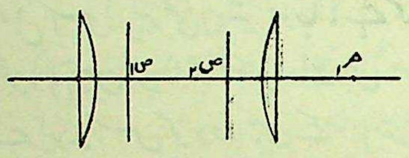
Field lens عل Eye lens ع

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

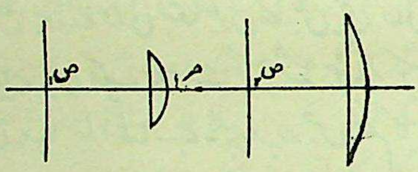
اور ھوئگینس کے چشمہ کا ماسکی طول

$$\frac{٣\,مَ}{٢}$$

اِن دونوں چشموں کے لیے عدسوں، صدر مستویوں اور خطۂ شخص کے ماسکی مستویوں کے محل اشکال ٤٢ اور ٤٣ میں دکھلائے گئے ہیں۔ یہ صدر مستوی



شکل ٤٢



شکل ٤٣

متقاطع ہوتے ہیں۔ واضح رہے کہ ھوئگینس کے چشمہ کا ماسکہ ریمسڈن والے چشمہ کے ماسکہ کے برخلاف اس کے دونوں عدسوں کے درمیان واقع رہتا ہے، بنا بریں ریمسڈن کے چشمہ کو مثبت چشمہ اور ھوئگینس کے چشمہ کو منفی چشمہ کہتے ہیں۔ پس جس طرح ریمسڈن کے چشمہ کی تمسیک صلیبی تاروں پر کرلی جاسکتی ہے اُس طرح ھوئگینس کے چشمہ کی تمسیک اِن پر نہیں کی جاسکتی۔ ھوئگینس کا چشمہ کروی ضلالت کے اثرات کو حتی الامکان گھٹا دینے کی غرض سے وضع کیا گیا ہے۔

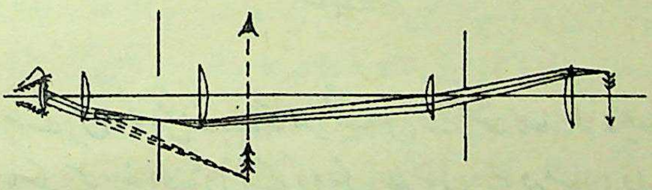
ایک واحد تکبیری شیشہ کی بجائے دو عدسوں والا چشمہ استعمال

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

کرنے کا مقصد یہ ہوتا ہے کہ خیال کی لونی ضلالت اور اِس کے دیگر نقایص حتی الامکان رفع ہو جائیں - یہ نقایص، انعطاف کے دو کی بجائے چار سطحوں پر منقسم ہو جانے کے باعث یوں بھی کمی کی طرف مائل رہتے ہیں - یہ شرط کہ چشمہ کا معادل ماسکی طول تمام رنگوں کے لیے ایک ہی ہونا چاہیے (دیکھو صفحہ ۱۴۳) ہوئگینس کے چشمہ کی صورت میں اچھی طرح اور ریمسڈن کے چشمہ کی صورت میں تقریباً پوری ہوتی ہے -

چشموں کا عمل اِس لیے بھی بہتر ہو جاتا ہے کہ اِن میں سے روشنی کی باریک پنسلیں ہی گزرتی ہیں - چنانچہ شکل ۷۱ میں مر سے متشع ہونے والی پنسل باریک ہوتی ہے کیونکہ اِس کو دوربین کے دہانہ میں سے گزر کر آنا پڑتا ہے اور نسبت (ا ب / مر ب) عام طور پر ۱/۱۲ سے بڑی نہیں ہوتی - مر س کے دیگر نقطوں سے تسع ہونے والی شعاعوں کا بھی یہی حال ہے -

فلکی دوربین میں ایک راست گر چشمہ بٹھا کر اِس کو ارضی شخصوں (۸۴)
کے لیے بھی موزوں بنایا جا سکتا ہے - چنانچہ جس قسم کا راست گر چشمہ اکثر



شکل ۷۲

استعمال کیا جاتا ہے اُس کی وضع شکل ۷۲ میں دکھلائی گئی ہے - یہ چار عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے اور اِس میں شکل میں دکھلائے ہوئے مقامات پر دو حجاب[1] لگے ہوتے ہیں -

[1] Diaphragms — Erecting eyepiece

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

دوربین کی تکبیر اور تحلیلی طاقت : دوربین کی تکبیر م/م سے تعبیر ہوتی ہے۔ چشمئی حلقۂ کا قطر م ق/م باہر کی طرف ۱/۵" سے بڑا نہ ہونا چاہیے ورنہ ساری روشنی آنکھ میں داخل نہ ہوگی۔ اگر ھر، م اور ق کے درمیان صرف یہ شرط پوری ہو جائے تو دوربین کی تکبیر کے لیے کوئی حد معیّن نہیں ہوتی۔ لیکن ہم دیکھتے ہیں کہ ایک حد سے آگے تکبیر کے بڑھانے میں کوئی خاص فائدہ نہیں ہوتا، یوں تو خیال بڑا ہو جاتا ہے لیکن مزید تفصیلات کا انکشاف نہیں ہوتا۔ یہ عمل بجنسہٖ ویسا ہی ہے جب کہ ایک لچکدار چادر کو جس پر کوئی تصویر بنی ہو کھینچا جائے۔

اگر دوربین کی تنسیک کسی منوّر نقطہ پر، مثلاً کسی ستارہ پر، کرلی جائے تو اس کے دہانے کی وجہ سے بننے والا خیال ایک نقطہ نہیں ہوتا بلکہ ایک چھوٹی سی قرص پر مشتمل ہوتا ہے جس کے اردگرد ایک یا دو مدھم ہم مرکز حلقے ہوتے ہیں۔ اس کی وجہ آگے چل کر انکسار کے باب میں بیان کی جائیگی، یہاں اس کا ذکر محض ایک واقعہ کے طور پر کیا جائیگا جو سیاہ حلقہ قرص کو قریب ترین طور پر گھیرا ہوا ہوتا ہے اُس کا نصف قطر

$$۱٫۲۲ \frac{ھر\ لہ}{ق}$$

ہوتا ہے جہاں لہ مستعملہ روشنی کا طول موج ہے۔ اگر ق کو بڑھائے بغیر ھر کو بڑھایا جائے تو قرص کی جسامت بھی بڑھتی جاتی ہے۔ شخص کا ہر ایک نقطہ اپنا ایک ذاتی قرص پیدا کرتا ہے اور اس طرح خیال کی تفصیل بڑھتی جاتی ہے۔

قریب ترین فاصلہ پر دو ستارے صرف اُس وقت علیحدہ علیحدہ دکھائی دیتے ہیں جب کہ ایک کی قرص کا مرکز دوسرے کے سب سے اندرونی حلقہ پر واقع ہو جائے، یعنی جبکہ دہانہ کے ماسکی مستوی میں بننے والے خیالوں کا درمیانی فاصلہ کم سے کم $۱٫۲۲ \frac{ھر\ لہ}{ق}$ ہو یا جب کہ ان ستاروں کا درمیانی زاویہ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

کم سے کم $\frac{۲۲ء۱\,\text{الہ}}{\text{ق}}$ ہو۔ اِس زاویہ کو دوربین کی **تحلیلی طاقت** کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے۔ اگر دہانہ کے قطر کی پیمایش انچوں میں کی جائے اور واقع روشنی کے طول موج کو ۲×۱۰^{-۵} انچ مان لیا جائے تو تحلیلی طاقت $\frac{۵ء۰''}{\text{ق}}$ قرار پاتی ہے۔ لیکن فلکیات کے ماہر ڈاوس[ع] نے اپنے تجربہ کی بناء پر تحلیلی طاقت کا $\frac{۵ء۴''}{\text{ق}}$ ہونا بیان کیا ہے۔

فلکی مشاہدات کے لیے اب تک استعمال شدہ تمام دوربینوں میں (۸۵)
اِرکس[ا] کی دوربین سب سے زیادہ طاقتور آلہ ہے۔ اِس کے دہانہ کا قطر ۴۰ انچ اور ماسکی طول ۶۵ فٹ ہے۔ بنا بریں اِس کی تحلیلی طاقت تقریباً $\frac{۱}{۸}''$ ثانیہ قرار پاتی ہے۔ اِس دہانہ کو گھسنے اور صیقل کرنے میں بڑی احتیاط برتنی پڑی اور بہت سا وقت صرف ہوا۔ نیز بطور کافی متجانس شیشہ کو اِس قدر بڑی سلیاں حاصل کرنا بھی بے حد مشکل ہے اور یہ ممکن ہے کہ اگر دہانہ اِس سے بھی بڑا ہو تو اِس میں خود اِس کے وزن کی وجہ سے فساد پیدا ہو جائے۔ اِس لیے یہ کہا جاسکتا ہے کہ دوربینوں میں تحلیلی طاقت کی انتہا غالباً قریب قریب حاصل ہو چکی ہے۔

جب ق، م، اور چشمئی حلقہ کا اعظم قطر دیے جائیں تو م کی اعظم قیمت معین ہو جاتی ہے۔ نیز جب چشمئی حلقہ کا قطر $\frac{۱''}{۴۰}$ سے چھوٹا ہوتا ہے تو رویت میں قابل لحاظ فرق پیدا ہو جاتا ہے، چنانچہ م کی ایک اقل قیمت بھی ہوتی ہے جو اِس کی اعظم قیمت کا تقریباً $\frac{۱}{۶}$ ہوتی ہے۔

انسانی آنکھ کی تحلیلی طاقت، ہلمہولٹز کے مطابق، ایک اور دو دقیقوں کے درمیان ہوتی ہے۔ چنانچہ اِرکس کے دہانہ کی صورت میں شخص کی ساری تفصیل واضح ہو جانے کے لیے تقریباً ۲۰۰ کی تکبیر درکار ہوتی ہے۔

[ا] Yerkes   [ع] Dawes

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اِس صورت میں مذکورۂ بالا اعظم اور اقل تکبیریں بالترتیب ۲۰۰ : ۱ اور ۲۰۰ ہوتی ہیں۔

بڑے طیف پیماؤں میں عام طور پر جو دوربین لگی ہوتی ہے اُس کے دہانہ کا قطر $1\frac{1}{2}$ انچ اور اِس کا ماسکی طول ۱۴ انچ ہوتا ہے۔ اِس دوربین میں رمیسڈن والا چشمہ لگا ہوتا ہے جس کے عدسوں میں سے ہر ایک کا ماسکی طول تقریباً $1\frac{1}{2}$ انچ ہوتا ہے۔ بنابریں اِس کی تکبیری طاقت $14 \div \frac{9}{8} = 12\frac{4}{9}$ اور اِس کی نظری تحلیلی طاقت ۴ ثانیہ ہوتی ہے۔ اِس لیے اِس کا چشمہ شاید ہی اِس قابل ہوتا ہے کہ دہانہ کی پوری نظری تحلیلی طاقت سے کام لے لیکن یہ چشمہ دہانہ کی حقیقی تحلیلی طاقت کے لیے غالباً بہت کافی ہوتا ہے کیونکہ دہانہ عملاً کبھی مکمل نہیں ہو سکتا۔ چونکہ زہرہ[1]، مشتری[2] اور زحل[3] کے ظاہری زاویئی قطر بالترتیب ۱۱ تا ۶۷ ثانیہ، ۳۲ تا ۵۰ ثانیہ اور ۱۴ تا ۲۰ ثانیہ تک بدلتے جاتے ہیں اِس لیے ایسی دوربین سے اِن کی شکل واضح ہو جانی چاہیے[4]

عدسوں کے ماسکی طولوں کی حقیقی پیمائش کے بغیر بھی کسی دوربین کی تکبیر حسبِ ذیل دو طریقوں سے بآسانی معلوم کر لی جا سکتی ہے :- پہلے طریقہ میں دہانہ کو کسی لیمپ کی مدد سے منوّر کرکے اِس کے اُس خیال کو جو چشمہ کی وجہ سے بنتا ہے یعنی چشمئی حلقہ کو گھسے ہوئے شیشہ کے ایک پردہ پر حاصل کیا جاتا ہے۔ پھر اِس خیال کے قطر کو ناپ کر اِس کو دہانہ کے قطر پر تقسیم کر دینے سے دوربین کی تکبیری طاقت حاصل ہو جاتی ہے۔ بہرحال اِس امر کا پورا اطمینان کر لینا چاہیے کہ جو خیال حاصل ہوتا ہے وہ دراصل دہانہ کے کنارہ ہی کا خیال ہے نہ کہ کسی ایسے حجاب کا جو

[1] Venus [2] Jupiter [3] Saturn

[4] مصنف کی استعمال کی ہوئی ایک دوربین میں مشتری کے چاندوں میں سے چار اور زہرہ کی ہیئتیں دکھائی دیتی ہیں لیکن زحل کے حلقوں کا کوئی پتہ نہیں چلتا۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

آلہ کے اندر واقع ہو۔ اگر اِس خصوص میں کوئی شبہ ہو تو دہانہ کے سامنے اور اِس سے حتی الامکان قریب ایک مستطیلی سوراخ والا پردہ رکھ کر یہ دیکھا جا سکتا ہے کہ آیا خیال بھی مستطیلی ہوتا ہے یا نہیں۔ اِس سے شبہ رفع ہو جائیگا اور غلطی کا امکان باقی نہ رہیگا۔

دوسرے طریقہ میں ایک سفید پیمانے کو دوربین سے بہت دور قایم کرکے اِس پیمانہ پر ایک متحرک نمایندہ بٹھا دیا جاتا ہے۔ پھر دوربین کی تمسیک اِس پیمانہ پر کی جا کر اِس کو ایک آنکھ سے دوربین میں سے اور دوسری آنکھ سے راست دیکھا جاتا ہے یہ دونوں خیال ایک دوسرے پر واقع نظر آئینگے۔
پھر نمایندہ کو پیمانہ پر سرکا کر ایک ایسی جگہ رکھ دیا جاتا ہے کہ دوربین میں (۸۹)
سے دکھائی دینے والے اِس حصے کا طول راست دکھائی دینے والے سارے پیمانے کے طول کے مساوی نظر آنے لگے۔ چنانچہ سارے پیمانہ کے طول کو دوربین کے ماسکی مستوی میں دکھائی دینے والے حصہ کے طول پر تقسیم کر دینے سے اِس دوربین کی تکبیری طاقت حاصل ہو جاتی ہے۔

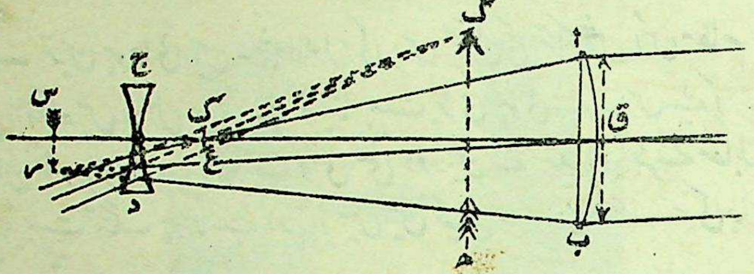
کسی دوربین کی تحلیل طاقت کی تعیین کا آسان ترین طریقہ حسب ذیل ہے۔ تار کی جالی کے ایک ٹکڑے کے پیچھے ایک پتلا سا کاغذ[ج] چسپاں کرکے اِس کو دوربین کے سامنے قایم کر دو۔ پھر اِس جالی کو کسی لیمپ کی مدد سے منور کرکے دوربین کو ہٹا ہٹا کر وہ بڑے سے بڑا فاصلہ معلوم کر لو جس پر دوربین میں سے دیکھنے پر جالی کے تار علیحدہ علیحدہ نظر آتے ہیں۔ اِس سے وہ زاویہ جو دہانہ پر تاروں کے درمیانی فاصلہ کے محاذی بنتا ہے بآسانی محسوب کر لیا جا سکتا ہے۔

گلیلیو[۱] کی دوربین: فلکی دوربین کی تجویز سب سے پہلے کیپلر[۲] نے سنہ ۱۶۱۱ء میں پیش کی تھی۔ اِس سے ایک یا دو سال پہلے گلیلیو نے شکل ذیل میں دکھلائی ہوئی قسم کی ایک دوربین بنائی اور استعمال کی تھی۔

Tissue paper - ج　　Galileo ۱　　Kepler ۲

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

دور کے شخص سے آنے والی شعاعیں دہانہ میں سے گزرنے کے بعد ایک حقیقی معکوس خیال د س کی جانب مستدق ہوتی ہیں لیکن جب یہ مقعر عدسہ



شکل ثث

ج د پر واقع ہوتی ہیں تو یہ دور کے شخص کا ایک سیدھا مجازی خیال گ ھ پیدا کرتی ہیں جس کو ج د کے قریب رکھی ہوئی آنکھ سے دیکھا جاتا ہے۔ خیال د س، ج د کے ماسکی طول سے عین باہر ہوتا ہے۔

اگر دہانہ اور چشمہ کے ماسکی طول بالترتیب ھ اور م ہوں تو بعینہٖ اُسی طریقہ سے جو فلکی دوربین کی صورت میں اختیار کیا گیا ہے یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ اِس دوربین کی تکبیر بھی ھ/م ہوتی ہے۔ نیز اِس کی تحلیلی طاقت بھی اُسی ضابطہ سے تعبیر ہوتی ہے جس سے کہ فلکی دوربین کی تحلیلی طاقت۔ البتہ اِن میں بعض اہم اختلافات بھی پائے جاتے ہیں۔

ارضی استعمال کے لیے اِس میں سب سے بڑی خوبی یہ ہے کہ اِس کا خیال سیدھا ہوتا ہے۔ پھر یہ آلہ اِسی تکبیری طاقت والی فلکی دوربین سے چھوٹا ہوتا ہے کیونکہ اِس کا طول ھ + م کی بجائے ھ - م سے تعبیر ہوتا ہے جہاں ھ اور م زیر بحث مقداروں کی عددی قیمتیں ہیں۔ نیز اِس کو صلیبی تاروں کے ساتھ استعمال نہیں کیا جا سکتا کیونکہ اِن کو د س پر رکھنا پڑتا اور وہ آنکھ کے راستہ میں حایل ہو جاتے۔ نیز دہانہ کا

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

خیال جو مجازی ہوتا ہے ک ع پر واقع ہوتا ہے۔ اس خیال کی قامت $\frac{\text{م ق}}{\text{م}}$ ہوتی ہے اور خارجہ شعاعیں ک ع ہی پر ایک دوسرے سے قریب ترین ہو جاتی ہیں۔ شعاعوں کی اس پنسل کی تراش اس مقام پر جہاں آنکھ میں داخل ہوتی ہے نسبتاً بہت بڑی ہوتی ہے۔ اس لیے اس کا
میدان نظر اسی تکبیری طاقت والی فلکی دوربین کے میدان نظر کے مقابلہ میں (۸۷)
نسبتاً بہت تنگ ہوتا ہے اور اس میں خیال کی تنویر کنارے کی جانب گھٹتی جاتی ہے۔

چونکہ اس کا چشمہ مقعر ہوتا ہے اس لیے اس سے دہانہ کی لونی ضلالت کی جزدی تصحیح کا کام لیا جا سکتا ہے۔

معمولی منظر بین[۵] دو گلیلوی دوربینوں پر مشتمل ہوتے ہیں جو پہلو بہ پہلو ترتیب دیے ہوئے ہیں اور جن کی تمسیک ایک ہی پیچ کی مدد سے کی جا سکتی ہے۔ ان دوربینوں کا مناظری نظام عام طور پر پتلے کراؤن اور فلنٹ عدسوں کو ملا کر بنائے ہوئے ایک دہانہ پر اور ایک واحد مقعر عدسہ والے چشمہ پر مشتمل ہوتا ہے۔ یا یہ دہانہ اور چشمہ ایک ساتھ جڑے ہوئے تین تین عدسوں پر بھی مشتمل ہو سکتے ہیں کہ ان میں سے ہر ایک اجتماع بجائے خود غیر لونی بن جائے۔

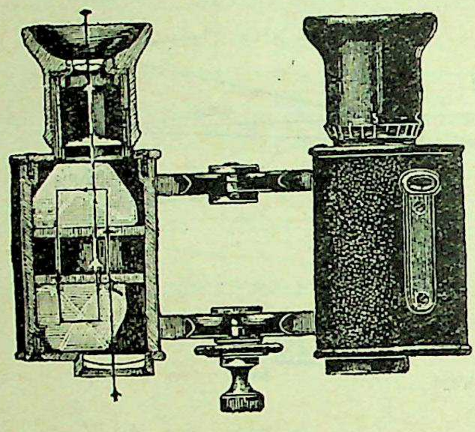
منشوری دوربین : دو سادہ فلکی دوربینوں کو ان کے طول اور اُلٹے خیال کے مدِنظر منظر بین کی طرح ایک ہی ڈھانچہ میں پہلو بہ پہلو ترتیب دینا مناسب نہیں ہوتا۔ ۱۸۹۵ء میں مسرز زئیس[۶] نے اپنی منشوری دوربین پیش کیے جس میں دو قائم الزاویہ منشوروں کے استعمال سے یہ دونوں نقائص بیک وقت رفع کر دیے گئے تھے۔ منشوری دوربین کا

---

۵ Opera glass

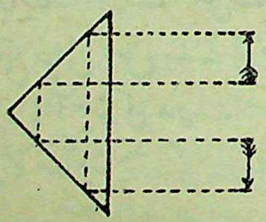
۶ Measrs Zeiss

اُصول ۱۸۵۳ء میں پودوؔ کے ذہن میں آچکا تھا لیکن اُس وقت اُن کو جو شیشہ دستیاب ہو سکتا تھا اُس میں یکسانیت نہ ہونے کی وجہ سے اُن کو اُس وقت



شکل ۷۶

کامیابی حاصل نہ ہوئی تھی۔ اِس دوربین کی ساخت شکل ۷۶ میں دکھلائی گئی ہے۔ واقع شعاعیں دہانہ میں سے گزرنے کے بعد اِس آلہ کے طول کو ایک مرتبہ طے کرتی ہیں، پھر ایک قائم الزاویہ منشور کی وجہ سے جو خیال کو دایاں بایاں اُلٹ دیتا ہے، منعکس ہو کر دوسرے منشور کی طرف واپس جاتی ہیں جو خیال کو مکرر اُلٹ کر اِن شعاعوں کو چشمہ کی سیدھ میں منعکس کر دیتا ہے۔ اِس طرح یہ شعاعیں آلہ کا طول تین مرتبہ طے کرتی ہیں۔ قائم الزاویہ منشور کی وجہ سے خیال کے اُلٹ جانے کی صراحت شکل ۷۷ میں کی گئی ہے۔



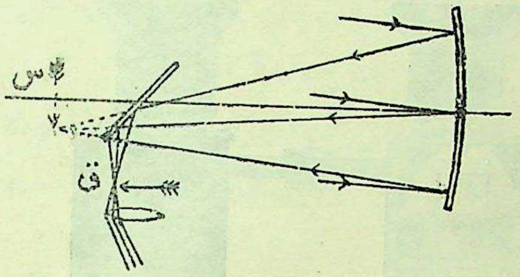
شکل ۷۷

(۸۸) قدیم منظر بینوں کے مقابلہ میں منشوری دوربین کی امتیازی خوبی

POE'O

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

یہ ہے کہ اس کا میدان نظر نسبتاً وسیع تر ہوتا ہے۔



شکل ۸۷

انعکاسی دوربین:

نیوٹن نے اپنے انکشاف طیف کے نتیجہ کے طور پر لونی ضلالت کی وجہ پہچان لی اور دیکھا کہ اُس کے زمانہ کی دوربینوں میں یہ نقص کروی ضلالت کے نقص سے کہیں زیادہ سنگین تھا چونکہ وہ ایک غیر لونی عدسوی اجتماع کا بنانا ناممکن خیال کرتا تھا اس لیے اُس نے ایک ایسی دوربین ایجاد کی اور بنائی جس میں دہانہ کی بجائے ایک مقعر کروی آئینہ ہوتا تھا اس کا آلہ اُصول شکل ۸۷ کے مطالعہ سے واضح ہو جائیگا۔ دور کے شخص سے آنے والی شعاعیں مقعر آئینہ پر منعکس ہو کر ایک حقیقی خیال س بنانے کی طرف مایل ہوتی ہیں لیکن ان کو ایک قایم الزاویہ منشور یا آئینہ کی مدد سے منعکس کر کے خیال ق پر حاصل کیا جاتا ہے اور اس کا معائینہ چشمہ کی مدد سے کرتے ہیں۔

شکل ذیل میں تین اور انعکاسی دوربینوں کے طریق عمل کی توضیح کی گئی ہے۔ یہ دوربینیں بالترتیب گریگوری[1]، کسیگرین[2] اور ھرشل[3] کی

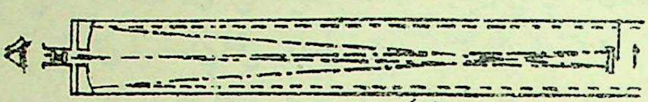
---

[1] Gregory [2] Cassegrain [3] Herschel

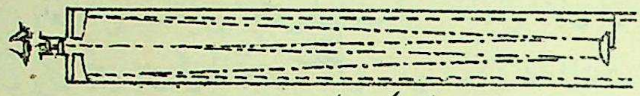
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

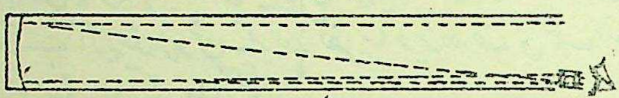
وضع کردہ ہیں۔ گریگوری کی دوربین میں شعاعیں بڑے عاکس سے منعکس



گریگوری کی دوربین



کیسیگرین کی دوربین



ہرشل کی دوبین

شکل ۷۹

ہونے کے بعد داہنی جانب دکھلائے ہوئے مقعر آئینہ پر واقع ہو کر ایک حقیقی خیال پیدا کرتی ہیں جس کا معائینہ چشمہ کی مدد سے بڑے عاکس میں بنے ہوئے ایک سوراخ میں سے کیا جاتا ہے۔ کیسیگرین کی دوربین اور گریگوری کی دوربین میں صرف یہ فرق ہے کہ اول الذکر میں م پر مقعر آئینہ (۸۹)
کی بجائے ایک محدب آئینہ ہوتا ہے۔ ہرشل کی دوربین میں بڑا آئینہ کسی قدر مائل وضع میں ہوتا ہے، ثانوی آئینہ موجود نہیں ہوتا، اور مشاہد اپنی پشت شخص کی جانب کیے ہوئے کھڑا رہتا ہے۔ اس کا سر بلاشبہ روشنی کے راستہ میں جزاً حائل ہوتا ہے اور اس لیے یہ انتظام صرف بڑے بڑے آلوں کی صورت ہی میں کام دے سکتا ہے۔

انعکاسی دوربینوں کے آئینے ابتداً اسپیکولم دھات سے بنائے جاتے تھے جو تانبے اور قلعی کی کسی قدر پھوٹک بھرت ہوتی ہے۔ جب ان کی سطحیں زنگ آلود ہو جاتی تھیں تو ان کو مکرر صیقل کرنا پڑتا تھا اور اس طرح

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اِن کی ساخت کے مشکل ترین اور نازک ترین حصّے کو دہرانے کی ضرورت ہمیشہ پیش ہوا کرتی تھی - یہ آئینے آج کل شیشہ سے بنا کر اِن پر چاندی چڑھا دیتے ہیں اور جب یہ چاندی کی تہہ پرانی ہو جاتی ہے تو اِس کی بجائے چاندی کی نئی تہہ چڑھا دینا بہت آسان ہوتا ہے۔

بڑی انعکاسی دوربینیں، اسی طاقت کی انعطافی آلوں کی بہ نسبت سستی ہوتی ہیں لیکن اِن کی طاقت مستقل نہیں رہتی اور اِن کی داشت میں بڑی احتیاط کرنی پڑتی ہے۔ اس لیے آج کل انعطافی دوربین ہی کو بہتر آلہ سمجھا جاتا ہے اگرچہ کہ نیوٹن کے بعد تقریباً ڈیڑھ صدی تک انعکاسی دوربین کی فوقیت مسلّمہ باور کی جاتی تھی۔

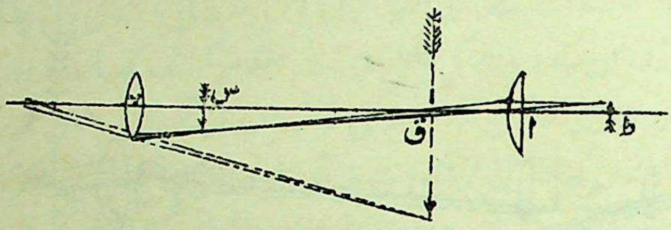
خوردبین: اگر کسی سادہ تکبیری شیشہ کی تکبیری طاقت بڑھانے کی غرض سے اِس کے ماسکی طول کو گھٹایا جائے تو آنکھ کو زیرِ امتحان شخص سے تکلیف دہ طور پر قریب رکھنا پڑتا ہے، نیز ایسے چھوٹے ماسکی طول والے عدسوں کی صحیح ساخت بھی بہت مشکل ہوتی ہے۔ نیز ضلالتوں سے پاک ہونے کے لیے اتنے زیادہ شرائط کی پابندی لازم آتی ہے کہ اِن کی تکمیل ایک واحد عدسہ نہیں کر سکتا۔ بنا بریں اعلیٰ تکبیر حاصل کرنے کے لیے ایک مرکب خردبین کا استعمال ناگزیر ہو جاتا ہے۔ اِس آلہ کا اُصول شکل ۸۰ کے مطالعہ سے واضح ہو جائیگا۔ مرکب خوردبین میں خیال بنانے کا عمل دو عدسوں یا عدسوی نظاموں سے انجام پاتا ہے ایک دہانہ اور ایک چشمہ۔ دہانہ کا مصرف یہ ہوتا ہے کہ شخص کا خیال جہاں تک ہو سکے ایک وسیع زاویہ والی پنسل کی مدد سے بنائے اور چشمہ کا مصرف یہ ہوتا ہے کہ اِس خیال کا ایک بڑا خیال باریک پنسلوں کی مدد سے بنائے۔

شکل ۸۰ میں اِس آلہ کا صرف طریقہ عمل بتلایا گیا ہے۔ اِس میں ط شخص ہے ا دہانہ ہے، س وہ خیال ہے جو دہانہ کی وجہ سے بنتا ہے، ب چشمہ ہے، اور ق مکبّر مجازی خیال ہے س کا جو ب کی

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

وجہ سے بنتا ہے۔ فرض کرو کہ دہانہ اور چشمہ کے ماسکی طولوں کی عددی قیمتیں بالترتیب مر اور م ہیں۔ فرض کرو کہ خیال ق آنکھ سے یعنی تقریباً چشمہ ب سے رویت واضح کے فاصلہ ف پر واقع ہے۔ فرض کرو کہ س کا فاصلہ (۹۰)
عدسہ ا سے خ ہے اور شخص کی قامت ل ہے۔



شکل ۸۰

چونکہ شخص ا کے ماسکہ سے عین باہر واقع ہے اس لیے س کی قامت تقریباً (خ ل ÷ م) ہوتی ہے۔ چونکہ س، ب کے ماسکہ کے عین اندر واقع ہے اس لیے ق کی قامت تقریباً (خ ل ف ÷ مر م) ہوتی ہے۔ پس:

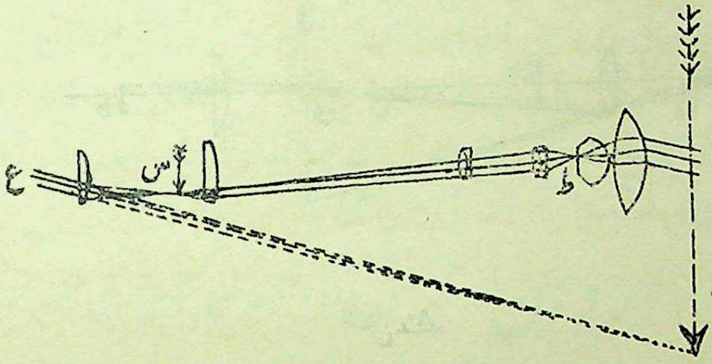
تکبیر = خ ف ÷ مر م

خرد بینی، علم طبیعیات کی محض ایک شاخ نہیں بلکہ بجائے خود ایک علیحدہ علم ہے۔ خرد بینیں طب و حیاتیاتی علوم میں اور نیز چٹانوں کی تراشوں کے امتحان کے لیے علم حجریات[5] میں بکثرت استعمال ہوتی ہیں۔ شخص زیرِ امتحان کو شیشہ کی ایک تختی پر رکھ کر اس میں سے گزرنے والی

۵ Petrology

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

روشنی کی مدد سے منوّر کیا جاتا ہے۔ جب غیر شفّاف شخصوں کا امتحان مقصود ہوتا ہے تو اِن کی ایسی پتلی تراشیں لی جاتی ہیں کہ یہ نیم شفاف ہوجائیں۔ اِس آلہ کے تختِ نظر کے نیچے شخص کو منوّر کرنے کی غرض سے مکثّفہ نامی ایک عدسئی نظام ہوتا ہے۔ شکل ۸۱ میں ایک ایسی تمثیلی خرد بین کے



شکل ۸۱

مناظری نظام کا خاکہ دکھلایا گیا ہے جس میں ایک پست طاقت کا دہانہ لگا ہوا ہے۔ روشنی داہنی جانب کے کسی ماخذ سے مثلاً کسی شعلہ سے آکر مکثفہ کے دونوں عدسوں سے گزرنے کے بعد شخص زیر امتحان ط کی جانب مستدق ہوجاتی ہے۔ پھر یہ شعاعیں ط سے منتشر ہوکر دہانہ کے دونوں غیر لونی عدسوں میں سے اور چشمہ کے میدانی عدسہ میں سے گزرنے کے بعد س پر ایک حقیقی خیال پیدا کرتی ہیں۔ پھر یہ چشمئی عدسوں میں سے گزر کر ع پر کی آنکھ میں داخل ہوتی ہیں جیسے یہ مکبّر مجازی خیال سے آتی ہوئی معلوم ہوتی ہیں۔ شکل میں وضاحت کی خاطر شخص کے صرف ایک نقطہ سے منبع ہونے والی شعاعیں دکھلائی گئی ہیں۔

خرد بینوں میں عام طور پر ہوئیگنس کا چشمہ لگا ہوتا ہے اور س پر میدانِ نظر کو محدود کردینے کی غرض سے ایک دیا مزغمہ ہوتا ہے۔ آنکھ کو

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

چشمئی حلقہ پر رکھا جاتا ہے جہاں شعاعیں ایک دوسرے سے قریب ترین ہو جاتی ہیں۔ دہانہ کی تصحیح لونی ضلالت اور کروی ضلالت کے لیے کی جانی چاہیے اور اِس کو جیبی شرط کا بھی پابند ہونا چاہیے۔ اِس آخری شرط کی اہمیت نظری طور پر سب سے پہلے ایبےؔ نے معلوم کی تھی لیکن اِس کے پیشتر جتنے اچھے دہانے بنائے گئے تھے اُن سب میں اِس شرط کی پابندی پائی جاتی تھی۔

خردبین کے دہانے کی تحلیلی طاقت معلوم کرنے کے لیے ہم دوربین کے دہانہ کی صورت میں حاصل شدہ نتیجہ کی طرف عود کرتے ہیں۔ ثانی الذکر دہانہ متوازی شعاعوں کو حاصل کر کے اپنے ماسکی مستوی میں خیال پیدا کرتا ہے۔ (۹۱)
خردبینی دہانہ کی صورت میں حالات اُلٹ جاتے ہیں یعنی شخص اِس کے ماسکی مستوی کے قریب ہوتا ہے اور شعاعیں اِس دہانہ میں سے گزرنے کے بعد تقریباً متوازی ہو جاتے ہیں۔

کسی دوربینی دہانہ کی وجہ سے بننے والے خیال میں دو نقطے علیحدہ علیحدہ عین اُس وقت نظر آتے ہیں جبکہ اِن کا درمیانی فاصلہ $\frac{\text{۱٫۲۲ لہ}}{\text{ف}}$ ہو۔ اگر دہانہ کے کسی قطر کے محاذی خیال کے مقام پر بننے والا زاویہ ۲ عہ ہو تو مس عہ = $\frac{\text{ف}}{\text{۲ م}}$۔ بنا بریں خیال کے ایسے دو نقطوں کے درمیانی فاصلہ کو

$$\frac{\text{۰٫۶۱ لہ}}{\text{مس عہ}}$$

سے تعبیر کیا جاسکیگا، اور اگر یہ نقاط خیال پر نہیں بلکہ شخص پر واقع ہوں تو ہم یہ توقع کرسکتے ہیں کہ خردبین کا دہانہ اِن کی تحلیل کردیگا۔ پس جملۂ بالا دو ایسے خطوط کے درمیان قریب ترین فاصلہ کو تقریباً تعبیر کرتا ہے جن کو خوردبینی دہانہ عین علیحدہ علیحدہ کرسکتا ہے۔

بایں ہمہ خوردبین کی صورت میں زاویہ عہ اتنا بڑا ہوتا ہے کہ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

خوردبین کی تحلیلی طاقت سے اخذ نہیں کی جاسکتی۔ نیز یہ مسئلہ اِس امر کی وجہ سے بھی مزید پیچیدہ ہوجاتا ہے کہ جن نقطوں کی تحلیل خوردبین کی وجہ سے عمل میں آتی ہے وہ باہم غیر تابع اور خود منوّر شخص نہیں ہوتے۔ اِن دونوں کو مکثّفہ شعلہ کے ایک ہی حصّہ سے منوّر کرتا ہے اور اِسی لیے اِن سے آنے والی روشنی کی موجیں تداخل پیدا کرنے کی حالت میں ہوتی ہیں۔ نیز فاصل تنویر کی صورت میں بھی یعنی اُس صورت میں بھی جب کہ شعلہ کا خیال مکثّفہ کی مدد سے شخص پر ڈالا جائے، یہ خیال کبھی اتنا واضح نہیں ہوتا کہ ایسے قریب کے دو نقطوں میں سے گزرنے والی روشنی کی موجیں ایک دوسرے کے بالکل غیر تابع ہوں۔

اِس امر کا نظری لحاظ کہ تحلیلی شدنی نقاط خود منوّر نہیں ہوتے سب سے پہلے ایبّے نے کیا تھا جس نے اس اثر کو بعض اچھے تجربوں کی مدد سے واضح کیا۔ اپنی تحقیق سے وہ بالآخر اِس نتیجہ پر پہنچا کہ دو ایسے نقاط کا قریب ترین فاصلہ جو ایک خردبین میں علیٰحدہ علیٰحدہ دکھائی دے سکتے ہیں،

$$\frac{\text{ل}}{\text{۲ مہ جب عہ}}$$

ہوتا ہے جہاں مہ، شخص اور دہانہ کے درمیانی واسطہ کا انعطاف نما ہے۔ شخص سے آنے والی روشنی صریحاً دہانہ کی ساری سطح پر واقع ہونی چاہیے۔ بہرحال اِس جملہ کی عددی قیمت سابقہ جملہ کی عددی قیمت سے بہت زیادہ مختلف نہیں ہے۔ حاصل ضرب مہ جب عہ کا نام ایبّے نے عددی سہوۂ[a] (ع، ث) رکھّا۔

اگر شخص ط ہو اور مکثّفہ سے اِس پر واقع ہونے والی روشنی کا مخروط ا ط ب ہو تو ط اِس التساعی مخروط میں انکساری شکلیں پیدا کریگا اور خردبین میں نظر آنے والی تفصیل اِن شکلوں کی اُس تعداد پر

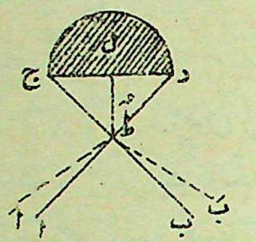
Numerical aperture — a

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

منحصر ہوتی ہے جو دہانہ ل میں داخل ہوتی ہے، یعنی یہ تفصیل مستعملہ ناصیہ موج کے سہوہ پر منحصر ہوتی ہے۔

اگر ط اور دہانہ کی درمیانی فضاء انعطاف نامہ والے تیل سے بھری ہوئی ہو تو شعاعوں کے انعطاف کی وجہ سے مخروط ج ط د اس روشنی سے بھر جائیگا جو ابتداءً مخروط أ ط ب میں سماتی تھی۔ چنانچہ اس صورت میں ایک نسبتاً بڑے سہوہ والے واقع ناصیہ موج سے کام لیا جا سکتا ہے اور



شکل ۸۲

بنا بریں اس صورت میں تحلیل طاقت نسبتاً زیادہ ہوتی ہے۔ ایسے غرقی نظام کی صورت میں جزاً روشنی کے وسیع تر مخروط سے کام لیے جانے (۹۲)
کی وجہ سے اور جزاً انعکاسی نقصانات کے ساقط ہو جانے کی وجہ سے تنویر میں بھی اضافہ پایا جاتا ہے۔ عددی سہوہ کی بڑی سے بڑی قیمت جو عملاً حاصل کی جا سکتی ہے تقریباً ۱٫۶ ہے۔ چنانچہ اگر لہ کو $۵٫۳ \times ۱۰^{-۵}$ سمر مان لیا جائے تو خردبینی تحلیل کی انتہائی حد

$$\frac{\text{لہ}}{\text{۲ مہ جب عہ}} = \frac{۵٫۳ \times ۱۰^{-۵}}{۱٫۶ \times ۲} = ۱٫۷ \times ۱۰^{-۵} \text{ سمر}$$

قرار پاتی ہے۔ اس میں بلاشبہ یہ مفروضہ مضمر ہے کہ مناظری نظام کافی طور پر کامل ہے یعنی یہ کہ بڑے سہوہ کی وجہ سے تفصیل میں جو اضافہ ہوتا ہے اس کا نقصان لونی ضلالت یا کروی ضلالت وغیرہ کی وجہ سے نہ ہونا چاہیے۔

طبعی آنکھ صرف ایسے دو نقطوں کو علیحدہ علیحدہ دیکھ سکتی ہے جن کا درمیانی زاویہ کم سے کم ۱ یا ۲ دقیقہ یا اوسطاً ۱٫۲۵ دقیقہ ہو۔ رویت واضح کے فاصلہ ۲۵ سمر پر یہ زاویہ $۱٫۱۱ \times ۱۰^{-۲}$ سمر کے محاذی بنتا ہے۔ پس

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

مذکورۂ بالا تحلیلی طاقت کے لیے ضروری تکبیر

$$\frac{1.1\times10^{-2}}{1.67\times10^{-5}} = 650$$ (تقریباً)

قرار پاتی ہے۔ اگر تکبیر کو اس سے بھی آگے بڑھایا جائے تو تفصیل میں کوئی مزید اضافہ نہ ہوگا۔ خردبینوں کی تحلیلی طاقت کے امتحان کے لیے جالیوں[ع] کے بعض سٹ استعمال کیے جاتے ہیں جن پر کھینچی ہوئی لکیروں کے درمیانی فصل درجہ بدرجہ بڑے ہوتے ہیں۔

کسی خردبین کی تکبیری طاقت کی پیمائش کے لیے اس کے تختے پر معلوم طول کے نشانوں والا ایک باریک پیمانہ ترتیب دے کر آنکھ کی تمسیک اس پیمانے پر اور رویت واضح کے فاصلہ پر خردبین کے باہر ترتیب دیے ہوئے ایک دوسرے پیمانے پر بیک وقت کرلی جاتی ہے۔ اس تمسیک کے عمل میں لانے کا آسان ترین طریقہ یہ ہے کہ چشمہ کے عین اوپر ۴۵° کے زاویہ پر صاف شیشہ کا ایک چھوٹا سا ٹکڑا اس طرح ترتیب دیا جائے کہ چشمہ میں سے آنے والی شعاعیں تو اس میں سے راست گزر جائیں اور دوسرے پیمانے سے آنے والی شعاعیں اس سے منعکس ہو جائیں۔ اس طرح دونوں پیمانے ایک دوسرے پر واقع دکھائی دینگے اور پہلے پیمانے کے نشانوں کی تکبیر بآسانی معلوم کرلی جاسکیگی۔

خردبین کے ساتھ بہت سے دیگر امدادی آلات بھی استعمال کیے جاتے ہیں۔ مثلاً عکسالۂ منوّرہ[۱] ایک ایسا آلہ ہے جس کا اصول وہی ہے جو

عہ یہ جالیاں گریسن Grayson کی جالیوں کے نام سے فروخت ہوتی ہیں۔ فی سمر ...۱ لکیروں والی جالی جس کی قیمت تقریباً ۵ شلنگ ہوتی ہے کمسر پیما دار خردبین کے ساتھ طلباء کے استعمال کے لیے ایک نہایت موزوں امتحانی شخص کا کام دیتی ہے۔ پھر خوردبین کے سہوہ کو یہاں تک گھٹایا جاسکتا ہے کہ اس جالی کے خطوط علیحدہ علیحدہ دکھائی نہ دینے لگیں۔

[۱] Camera Lucida

اُوپر تکبیر کی دریافت کی ضمن میں بیان کی ہوئی ترتیب کا ہے۔ اِس میں شخص کا مکبّر خیال نقشہ کشی کے ایک تختہ پر واقع دکھائی دیتا ہے جس سے اِس کا خاکہ بنا لیا جا سکتا ہے۔ اِس کے استعمال کے وقت خردبین کے معمولی چشمہ کی بجائے ایک طیف نمائی چشمہ سے کام لیا جا سکتا ہے جس میں خیال میں (شکل ۸۱) کے ماسکی مستوی میں ایک جھری ہوتی ہے اور آنکھ اور چشمئی عدسہ کے درمیان ایک منشور ہوتا ہے۔ قلم نگاری[۵] کام کے لیے خردبین کے تحت نیچے ایک تقطیبی منشور بٹھا دیا جاتا ہے اور نالہ یا چشمہ کے عین اُوپر ایک تشریحی منشور بٹھا دیا جاتا ہے۔

خردبینی عکاسی[۵۱] میں یعنی کسی خردبین سے حاصل شدہ مکبّر خیال کی تصویر لیتے وقت خردبین کی نلی کو اُفقی وضع میں رکھا جاتا ہے کیونکہ تمسیک کے لیے عکسالہ کے طویل توسیع کی ضرورت ہوتی ہے۔ تظلیلی کام میں بھی خردبین کی نلی کو اُفقی وضع ہی میں ترتیب دیا جاتا ہے۔

جب متوازی شعاعوں کی ایک بہت باریک اور حدید پنسل بعض
لسونتی محلولوں میں اُفقی سمت میں داخل کی جاتی ہے تو اِن محلولوں کے وہ (۹۴)
ذرّے جو اِس پنسل کے راستہ میں حائل ہوتے ہیں روشنی کو بکھیر دیتے ہیں اور اگر کسی انتصابی خردبین کی تمسیک اُوپر سے اِن ذرّوں پر کر لی جائے تو بکھری ہوئی روشنی کی مدد سے اِن کو دیکھا جا سکتا ہے اِس قسم کے انتظام کو بالا خردبین[۵۲] کہتے ہیں۔ اِس انتظام سے ایسے ایسے چھوٹے ذرّے بھی نظر آ جاتے ہیں جو تنویر کے معمولی طریقوں سے دکھائی نہیں دیتے بلکہ واقعہ یہ ہے کہ ہم ایسے چھوٹے ذرّوں کو بھی دیکھ سکتے ہیں جن کے قطر ۱۰ ملی ملی کے رتبہ کے یعنی سوڈیم نور کے طول موج کے $\frac{1}{60}$ ویں حصّے کے رتبہ کے ہوں۔ ستاروں کی طرح اِن کے زاویئی ابعاد اتنے چھوٹے ہوتے ہیں کہ اِن کی قدر کا کوئی اندازہ نہیں ہو سکتا: یہ روشنی کے محض نقطئی مبدأ

---

[۵] Crystallography

[۵۱] Photomicrography

[۵۲] Ultramicroscope

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ہوتے ہیں۔

عکسالہ: عکسالہ بالالتزام ایک مستطیلی بکس پر مشتمل ہوتا ہے جس کے ایک سرے پر حساس تختی یا فلم رکھی جاتی ہے اور اس کے بالمقابل سرے کے وسط میں ایک عدسہ ہوتا ہے۔ عکاسی کی تختی کا عمل بعد میں سمجھایا جائیگا۔ اِس تختی سے عدسہ کا فاصلہ ترتیب پذیر ہونا چاہیے تاکہ تصویر کی تمسیک واضح طور پر کر لی جاسکے، اور عکسالہ میں روشنی عدسہ کے سوا کسی اور راستہ سے داخل نہ ہونی چاہیے۔ عدسے کے قریب ترتیب دیلے ہوئے مختلف حجابوں کی مدد سے خیال پیدا کرنے والی پنسلوں کے سہووں کو حسبِ ضرورت بدلا جاسکتا ہے۔ اِس سہوہ کے قطر کو ہمیشہ عدسے کے ماسکی طول کی کسر کے طور پر ظاہر کیا جاتا ہے، مثلاً اگر کسی عدسے سے م\۱۶ پر کام لیا جارہا ہو تو اِس کے معنے یہ ہیں کہ حجاب کے سوراخ کا قطر ماسکی طول کا $\frac{۱}{۱۶}$ واں حصہ ہے۔ چنانچہ م\۸ پر کام کرنے والے عدسہ میں سے م\۲۲ پر کام کرنے والے عدسہ کی بہ نسبت تقریباً آٹھ گنا روشنی داخل ہوگی۔

عکاسی کی معمولی خشک تختی $ل = ۲٫۲$ اور $لہ = ۰٫۵۰ \times ۱۰^{-۵}$ سمر کے درمیان حساس ہوتی ہے لیکن عدسہ کا شیشہ $ل = ۲٫۲$ اور $لہ = ۳٫۳ \times ۱۰^{-۵}$ سمر کی تمام درمیانی روشنی کو گزرنے نہیں دیتا۔ یہ تختی بنفشہی روشنی کے لیے سب سے زیادہ حساس ہوتی ہے۔ اِس لیے عدسوں کو موجی طولوں کے اس خطے کے لیے غیر لونی بنا لینا چاہیے نہ کہ نظری استعمال کے لیے۔

عکسالہ کے عدسہ کو عام طور پر ایک چپٹی سطح پر حاصل کی ہوئی تصویر میں ایک وسیع زاویہ نظر شامل کر لینا پڑتا ہے۔ بنابریں اِس صورت میں دوربین اور خردبین کے مقابلہ میں ابہامیت، انحنا اور مسخ کے نقایص زیادہ اہم ہو جاتے ہیں۔ عدسہ کا ثقبہ کم کرنے سے خیال کی تنویر تو گھٹ جائیگی لیکن مسخ کے سوا باقی تمام نقایص بڑی حد تک رفع ہو جاتے ہیں۔

شکل ۸۳ میں عدسوں کی دو مشہور قسمیں دکھلائی گئی ہیں: پٹز وال کا

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

تصویری عدسہ[1]، اور زود عمل مستقیمی عدسہ[2]۔ پٹزوال کا تصویری عدسہ بہت ہی زیادہ زود عمل ہوتا ہے کیونکہ یہ م\۴ پر بخوبی کام کرسکتا

شکل ۵۳

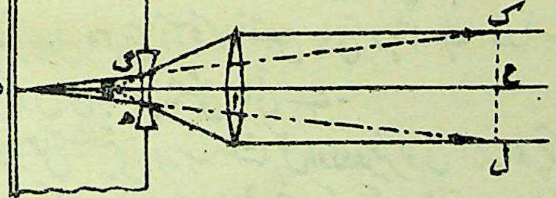
ہے۔ اس سے جاندار شخصوں کی تصویر لینے کے علاوہ، اسے مناظری قندیل
میں تظلیلی عدسہ کے طور پر بھی استعمال کیا جاتا ہے۔ اس کا حجاب اس کے
وسط میں ہوتا ہے۔ اس کے سامنے کا مرکب عدسہ دو ایک ساتھ جڑے ہوئے
عدسوں کے ایک غیر لونی جوڑے پر مشتمل ہوتا ہے، اور اس کے پیچھے والے
مرکب عدسہ کے دونوں عدسوں کے درمیان ایک چھوٹا سا فصل چھوڑ دیا (۹۴)
جاتا ہے۔ بہر حال اس میں مسخ کا نقص باقی رہتا ہے اور تصویر کی تنویر
تختی کے کناروں کی جانب گھٹتی جاتی ہے۔

زود عمل مستقیمی عدسہ متشاکل اور دو غیر لونی اجزاء پر مشتمل ہوتا ہے۔ ان میں سے ہر ایک جز کراؤن شیشہ کے ایک محدب عدسہ کو فلنٹ شیشہ کے ایک مقعر ہلالی عدسہ کے ساتھ ملا کر بنایا جاتا ہے۔ حجاب ان دونوں اجزاء کے درمیان ہوتا ہے۔ یہ عدسہ غیر مسخی[3] ہوتا ہے کیونکہ اس کا ایک جز کسی مربع کے خیال کے ضلعوں کو باہر کی طرف محدب کر دیتا ہے اور اس کا دوسرا جز اس خیال کے ضلعوں کو باہر کی طرف مقعر کر دیتا ہے اور اس طرح یہ دونوں مسخ ایک دوسرے کی تعدیل کر دیتے ہیں۔

[1] Petzval portrait lens
[2] Rapid rectilinear lens
[3] Orthoscopic

زود عمل مستقیمی عدسوں کو ایک عرصہ تک بہت ہی مقبولیت حاصل رہی ہے۔ لیکن آج کل غیر ابہامی[ے] عدسوں کی وجہ سے یہ متروک ہیں۔

بعید مناظر کی عکاسی[ے] : دور کے کسی شخص کے خیال کی قامت عدسہ کے ماسکی طول کے ساتھ ساتھ بدلتی جاتی ہے۔ لیکن اگر طویل ماسکی طول والا محدب عدسہ استعمال کیاجائے تو اس کو تختی سے بہت بڑے فاصلہ پر رکھنا پڑیگا اور بنا بریں عکسالہ نامناسب طور پر لانبا ہو جائیگا۔ یہ دقت بعید ضیائی عدسوی اجتماع کے استعمال سے رفع ہو جاتی ہے اور ہم ایک معمولی عکسالہ کی مدد سے بہت ہی بکبیر تصویریں حاصل کرسکتے ہیں۔ یہ عدسہ ایک محدب عدسہ اور مقعر عدسہ پر مشتمل ہوتا ہے جن میں سے ہر ایک بجائے خود ایک غیر لونی عدسہ ہوتا ہے۔ اِن میں سے مقعر عدسہ اُس مقام پر واقع رہتا ہے جہاں کہ عکسالہ کا عدسہ معمولاً لگا رہتا ہے اور محدب عدسہ اِس مقعر عدسہ کے سامنے عکسالہ کے باہر واقع رہتا ہے۔ یہ ترتیب شکل ۸۴ میں



شکل ۸۴

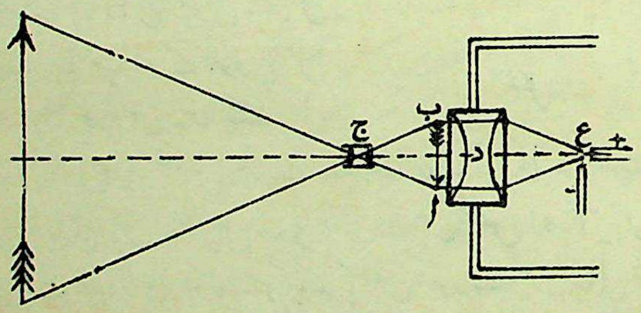
دکھلائی گئی ہے۔ عکسالہ کے عدسہ کو اِس میں سے نکال لیا جاتا ہے۔ گ ھ مقعر عدسہ ہے اور ا محدب عدسہ۔ نور کی متوازی شعاعیں ا پر واقع دکھلائی

Telephotography [ے] Anastigmat [ے]

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

گئی ہیں ۔ اگر مقعر عدسہ نہ ہوتا تو یہ متوازی شعاعیں ج پر ماسکہ میں آجاتیں لیکن یہ مقعر عدسہ اِن کو کم مستدق بنا کر اِن کو د پر ماسکہ میں لے آتا ہے ۔ شعاعوں د گ اور د ہ کو پیچھے کی طرف یہاں تک بڑھانے سے کہ یہ اپنی اصلی سمتوں کو ک اور ل پر قطع کریں، ہمیں معلوم ہوگا کہ ک ل خطۂ خیال کا صدر مستوی ہے اور د ع اِس آلہ کا معادل ماسکی طول ہے ۔ عدسوں کے درمیانی فاصلے کو گھٹانے سے صدر مستوی اور آگے بڑھا جاتا ہے جس سے تکبیر اور بڑھ جاتی ہے ۔

مناظری قندیل[۵]: شفاف تصویروں کی تظلیل میں جس
قندیل سے کام لیا جاتا ہے اُس کا مناظری نظام شکل ۸۵ میں دکھلایا گیا
ہے ۔ ا ب شفاف تصویر کو تعبیر کرتا ہے جس کو اُلٹا رکھا جاتا ہے ۔ ج دہانہ
یا تظلیلی عدسہ ہے جو پردہ پر شفاف تصویر کا سیدھا خیال پیدا کرتا ہے
اور اِس عدسہ کی تمسیک سے پردہ کے مختلف محلول کے لیے خیال کو واضح
کرلیا جاسکتا ہے ۔ مبداءِ نور ایک برقی قوس پر مشتمل ہوتا ہے جس کے مثبت (۹۵)
کاربن کو اُفقی وضع میں اور منفی کاربن کو انتصابی وضع میں ترتیب دیا جاتا



شکل ۸۵

ہے ۔ اس انتظام سے قوس سے آنے والی ساری روشنی مکثفہ د پر واقع ہوتی ہے ۔ یہ مکثفہ عام طور پر دو مستوی محدب عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے

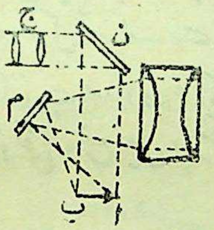
۵ Optical lantern

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

جن کے مستوی رُخ باہر کی طرف رکھے جاتے ہیں ۔ اس کا مصرف یہ ہوتا ہے کہ تصویر میں سے جہاں تک ہوسکے روشنی کی زیادہ سے زیادہ مقدار ایک ایسی سمت میں گزارے کہ یہ وہاں میں سے بھی گزر جائے ۔ برقی قوس کو ایک دھاتی بکس کے اندر بند کر دیا جاتا ہے تاکہ پردہ پر خیال بنانے والی روشنی کے سوا کوئی اور روشنی باہر نہ آنے پائے ۔ برقی قوس کی بجائے آج کل اس غرض کے لیے خاص طور پر بنائے ہوئے گیس بھری لیمپوں سے بھی کام کام لیا جاسکتا ہے لیکن قوس زیادہ منور اور سہولت بخش ہوتا ہے اور اگر دستیاب ہوسکے تو اس کو ہمیشہ ترجیح دی جانی چاہیے ۔

غیر شفاف شخصوں کی تظلیل کے لیے آج کل تظلیل نما[ه] کے نام سے مختلف آلات فروخت ہوتے ہیں ۔ ان سب میں روشنی کے نہایت طاقتور مبداؤں کی ضرورت ہوتی ہے ۔ شکل ۸۶ میں یہ دکھلایا گیا ہے کہ ایک معمولی تظلیلی قندیل سے یہ کام کیونکر لیا جاسکتا ہے ۔ م اور ن دو آئینے ہیں ۔ مکثفہ سے آنے والی روشنی آئینہ م سے منعکس ہوکر غیر شفاف شخص ا ب پر واقع ہوتی ہے جس سے یہ ایک نئے مبداء کے طور پر عمل کرتا ہے ۔ چنانچہ اس سے نکلنے والی شعاعیں آئینہ ن پر منعکس ہونے کے بعد عدسہ ج کی مدد سے پردہ پر ماسکہ میں آجاتی ہیں ۔ تظلیل نما کی صورت میں شخص اور آئینوں کا اچھی طرح بند رہنا بہت ضروری ہوتا ہے کیونکہ اس صورت میں خیال شفاف شخص کے تظلیلی خیال کے مقابلہ میں کم روشن ہوتا ہے اور اس لیے منتشر روشنی سے اس کی وضاحت میں بہت کچھ فرق آجاتا ہے ۔



شکل ۸۷

ه Epidiascopes

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

شبکیہ پر جو بصری نقوش مرتسم ہوتے ہیں وہ محرک کے دور ہوجانے کے بعد بھی $\frac{1}{16}$ ثانیہ تک قایم رہتے ہیں۔ پس اگر کسی متحرک جسم کی تصویریں ایسی شرح سے لی جائیں جو ۱۶ فی ثانیہ سے کم نہ ہو اور پھر اِن تصویروں کو اسی شرح سے پردے پر ڈالا جائے تو یہ جدا جدا تصویریں گداز ہوجاتی ہیں اور مسلسل حرکت کا احساس پیدا کر دیتی ہیں۔ سینمو ٹوگراف[ے] کا اُصول بس یہی ہے۔ یہ تصویریں تظلیلی قندیل کے سلائیڈس سے چھوٹی ہوتی ہیں اور دستور کے تحت اِن کی قامت $1'' \times \frac{3}{4}''$ ہے۔ اِن کی تظلیل تقریباً $\frac{3}{4}$ ۲ کے معادل ماسکی طول والے ایک عدسہ سے کی جاتی ہے۔ یہ تصویریں سلو لائیڈ یا اسی قسم کے کسی اور مادہ کی جھلی[لے] پر چھاپی جاتی ہیں۔ یہ جھلی دو چرخیوں پر چڑھی ہوتی ہے اور جب ایک پر سے کھلتی ہے تو دوسری پر لپٹتی جاتی ہے۔ آلہ میں ایک ایسا انتظام ہوتا ہے جس سے جھلی کو ایک جھٹکا پہنچتا ہے۔ اِس سے جھلی بقدر ایک تصویر کے ایک چرخی پر سے کھل کر دوسری پر لپیٹ جاتی ہے اور درمیان میں تصویر عدسہ کے ماسکی مستوی میں آجاتی ہے جس کے لیے ایک خاص دریچی بنی ہوتی ہے۔ ہر تصویر اِس دریچی کے سامنے تھوڑی دیر کے لیے ٹھیرتی ہے اُس وقت پردے پر اِس کی تظلیل ہوتی ہے، اِس کے بعد اِس کو جھٹکا پہنچتا ہے اور وہ آگے بڑھ جاتی ہے اور ایک دوسری تصویر اُس کی جگہ لے لیتی ہے، لیکن پہلی تصویر کے آگے بڑھتے اور دوسری کے جگہ لینے کے درمیان میں ایک قطعہ عدسہ کے (۹۶) سامنے آکر روشنی کو روک دیتا ہے۔ جھلی اتنی تو مضبوط ہوتی ہے کہ اِس کشاکش کو برداشت کر سکے لیکن ساتھ ہی وہ بہت اشتعال پذیر بھی ہوتی ہے۔ چنانچہ اگر برقی قوس کا خیال ذرا سی دیر کے لیے بھی اِس پر واقع ہوجائے تو یہ جل اُٹھتی ہے۔

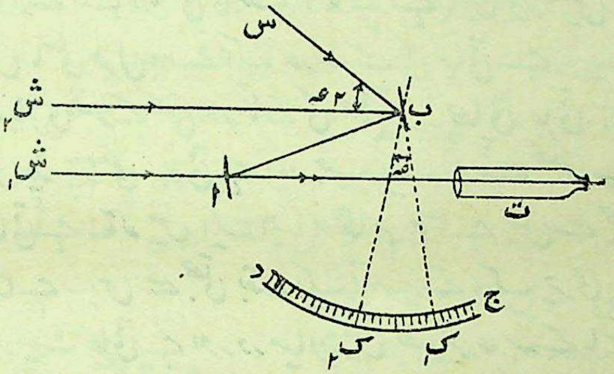
آلہ سدسس[ئے]: پہلے یہ بتایا جا چکا ہے کہ جب ایک آئینہ کو

Sextant ئے Film لے Cinematograph ے

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

گھمایا جاتا ہے تو منعکس شعاع آئینہ کی گردش کے زاویہ کے دُگنے زاویہ میں گھوم جاتی ہے۔ آلہ سدس، جو اِس اُصول پر مبنی ہے، ایک آلہ ہے جو دور کے دو شخصوں کے محاذی مشاہد پر بننے والے زاویہ کی پیمایش کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ یہ ایک دوربین ت پر مشتمل ہوتا ہے جو ایک آئینہ ا کی سمت میں ہوتی ہے۔ اِس آئینہ کے صرف آدھے حصے پر چاندی چڑھی ہوئی ہوتی ہے



شکل ۸۷

اور اِس کا باقی نصف حصہ شفّاف ہوتا ہے۔ ب ایک دوسرا آئینہ ہے جس کو ایک محور کے گرد گھمایا جاسکتا ہے۔ اِس آئینہ کے ساتھ ایک نمایندہ لگا ہوتا ہے جو درجہ دار دائرہ ج د پر حرکت کرتا ہے۔

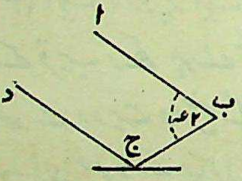
فرض کرو کہ ایک شخص ایک ایسے فاصلہ پر واقع ہے کہ اِس سے ا اور ب پر واقع ہونے والی شعاعیں ش۱ اور ش۲ باہم متوازی ہیں۔ شعاع ش۱ آئینہ ا کے شفاف حصے میں سے گزر کر دوربین میں راست داخل ہوجاتی ہے۔ فرض کرو آئینہ ب کی وضع ایسی ہے کہ شعاع ش۲ آئینوں ب اور ا پر منعکس ہونے کے بعد دوربین کے اندر شعاع ش۱ کی سمت میں داخل ہوجاتی ہے۔ اِس طرح شخص کے یہ دونوں خیال ایک دوسرے پر واقع دکھائی دینگے۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ب کی اِس وضع کے مماثل نمائندہ کی خواندگی کو صفر مان لیا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ اِس صفر سے شروع کر کے دوربین کو ایک شخص کی سمت میں ترتیب دینے پر دونوں شخصوں کے خیالوں کو انطباق میں لے آنے کے لیے آئینہ ب کو زاویہ عہ میں گھمانا پڑتا ہے۔ چنانچہ ایسی صورت میں آنکھ پر اِن دونوں شخصوں کے درمیان بننے والا زاویہ ۲ عہ ہوگا۔ پیمانے ج د پر زاویوں کی اصلی قیمتوں کی دُگنی قیمتیں کندہ ہوتی ہیں۔ اِس لیے نمایندہ کی خواندگی ک $ک_۲$ سے آنکھ پر بننے والا زاویہ راست حاصل ہوجاتا ہے۔

آلۂ سدس زیادہ تر سورج کے زاویہ قراز کی پیمایش کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ اِس کے لیے زمین پر جو طریقہ عمل عام طور پر اختیار کیا جاتا ہے اُس کا خاکہ شکل ۸۸ میں دکھلایا گیا ہے۔ مشاہد اِس آلہ کو ایک ہاتھ میں پکڑے ہوئے اِس ہاتھ کی کونی کو اپنے گھٹنے پر ٹیک کر پارہ کی ایک طشتری کے
سامنے بیٹھ جاتا ہے۔ دوربین کو پارہ میں دکھلائی دینے والے سورج کے (۹۷)
خیال کی سمت میں لے آکر نمایندہ کو درجہ دار دائرہ پر یہاں تک ہٹایا جاتا ہے کہ سورج کا وہ خیال جو نمایندہ سے لگے ہوئے آئینہ پر انعکاس کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے پہلے خیال کے ساتھ منطبق ہوجائے۔ چنانچہ پیمانہ کی اِس خواندگی سے زاویہ ۲عہ حاصل ہوجاتا ہے اور چونکہ اب اور ج د متوازی ہیں اِس لیے سورج کا ارتفاع عہ ہوتا ہے آئینہ کی بجائے پارہ کی سطح اِس لیے استعمال کی جاتی ہے کہ یہ سطح عملِ جاذبہ کے تحت خود بخود اُفقی وضع میں آجاتی ہے۔



شکل ۸۸

سمندر پر سورج اور اُفقی سطح کا درمیانی زاویہ ناپ لیا جاتا ہے۔

ایک شکل کی مدد سے یہ بآسانی ثابت کیا جاسکتا ہے کہ دوپہر کے وقت سورج کے ارتفاع کی تعیین سے عرض بلد کی قیمت اخذ کرلی جاسکتی ہے کیونکہ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

فلکی اجسام میں سُورج کا محل معلوم ہے۔ اگر سورج کے بلند ترین ارتفاع کا وقت ایک ایسے وقت پیما کی مدد سے جو گرینویچ کے وقت کے ساتھ مطابقت رکھتا ہو، معلوم کرلیا جائے تو سُورج گرینویچ پر نصف النہار کے اُوپر آجانے کے بعد سے لے کر زمین کی گردش کی مدّت معلوم ہوجاتی ہے اور اِس سے طولِ بلد کی تعیین ہوسکتی ہے۔

مثالیں

(۱) اگر ایک ایسی دوربین کے دہانہ کا نصف حصّہ جو چاند کی سمت میں ترتیب دی ہوئی ہے، ڈھک دیا جائے تو اُس دوربین میں دکھلائی دینے والے چاند کی شباہت کس طرح متاثر ہوگی؟

(۲) ایک دوربین میں جس کے دہانہ کا قطر ۹ انچ ہے دو ستارے علیٰحدہ علیٰحدہ دکھائی دیتے ہیں۔ نظری طور پر اِن کے مرکزوں کے درمیان زاویئی فاصلہ کیا ہے؟

(۳) ایک کارڈ پر ایک دوسرے کے قریب دو خط کھینچو اور اِن کی طرف ایک آنکھ کے قریب رکھے ہوئے تکبیری شیشہ میں سے دیکھو۔ اِس کے ساتھ ساتھ دوسری آنکھ سے رویت واضح کے فاصلہ پر ترتیب دیے ہوئے ایک پیمانے کی طرف دیکھو۔ اِن خطوط کے خیالوں کو پیمانے پر واقع کراکر اِن خیالات کا درمیانی فاصلہ ناپ لینے سے تکبیری شیشہ کی تکبیری طاقت معلوم کی جاسکتی ہے۔ اِس قیمت کا مقابلہ نظری قیمت کے ساتھ کرو۔

(۴) کسی طیف پیما کی دوربین کی تکبیر حسبِ ذیل طریقوں سے معلوم کرو (۱) اِس کے اجزاء کو الگ الگ کرکے اِس کے عدسوں کے ماسکی طول علیٰحدہ علیٰحدہ معلوم کرو، پھر ضابطہ $\frac{ص}{م}$ کی مدد سے تکبیر حاصل کرو (ب) منوّر پیمانے اور

ا Chronometer ۲ Greenwich

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

متحرک نمایندہ کے طریقے سے جس کی تشریح صفحہ ۱۶۰ پر کی گئی ہے (ج) دہانہ اور چشمی حلقہ کے قطروں کی پیمایش سے (صفحہ ۱۵۹)۔

(۵) اِس دوربین کے سامنے تار کی ایک جالی قایم کرو جس کے پیچھے ایک بستلا کاغذ لگا ہو۔ اُس جالی کو منور کرکے وہ بڑے سے بڑا فاصلہ معلوم کرو جس پر دوربین میں اِس جالی کے تار علیحدہ علیحدہ دکھائی دیتے ہیں۔ اِس سے اِس دوربین کی تحلیلی طاقت محسوب کرکے اُس کا مقابلہ نظری قیمت کے ساتھ کرو۔ پھر اِس دوربین کے دہانے کے تقبہ کو گھٹا کر دیکھو کہ اُس سے تحلیلی طاقت کی تجربی قیمت میں کیا فرق آتا ہے۔

(۶) اِسی دوربین سے زہرہ، مشتری، اور چاند کی طرف دیکھو۔

(۷) صفحہ ۱۷۲ پر بیان کیے ہوئے طریقہ سے کسی خردبین کی تکبیر دریافت کرو۔ پھر اُس نتیجہ کا مقابلہ نظری ضابطہ سے حاصل ہونے والی قیمت کے ساتھ کرو۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ساتواں باب

طیف پیما اور انعطاف نماؤں کی تعیین

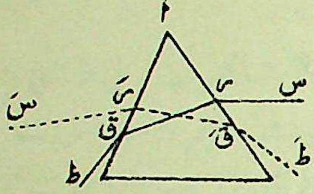
شیشہ کے انعطاف نما کی تعیین کا سب سے سیدھا سادھا طریقہ (۹۸)
یہ ہے کہ اُس کا ایک منشور لے کر طیف پیما سے اِس کا انعطاف نما معلوم کر لیا جائے۔ علم ہندسہ میں منشور سے مراد ایک کثیر السطوح ہے جس کے دو رُخ متوازی، مساوی اور مشابہ کثیر الاضلاع ہوں اور جس کے باقی رُخ متوازی الاضلاع ہوں۔ لیکن علم مناظر میں منشور سے ہمیشہ مثلثی قاعدہ پر کھڑا ہوا ایک قایم منشور مراد ہوتی ہے۔ ہر وہ مستوی جو منشور کے پہلوؤں پر عمود وار ہو صدر مستوی کہلاتا ہے۔ چنانچہ اگر روشنی کی کوئی شعاع منشور کے کسی ایک رُخ پر کسی صدر مستوی میں واقع ہو تو یہ شعاع منشور میں سے اپنے گزر کے سارے دوران میں اور اُس سے نکلنے کے بعد صریحاً اِسی مستوی میں رہیگی۔

فرض کرو کہ شکل ۸۹ شیشہ کے ایک منشور کی اُس تراش کو تعبیر کرتی ہے جو ایک صدر مستوی سے حاصل ہوتی ہے۔ فرض کرو کہ ط ق روشنی کی ایک شعاع ہے جو رُخ ا ب کے نقطہ ق پر واقع ہوتی ہے۔ یہ نقطہ

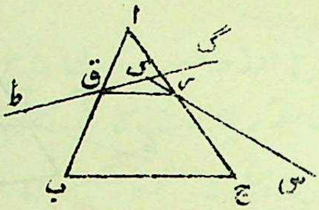
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ق پر منعطف ہونے کے بعد ق ر کی سمت میں حرکت کرتی ہے اور دوسرے رُخ کے نقطہ ر پر منعطف ہوکر ر س کی سمت میں باہر آجاتی ہے۔



شکل نمبر ۹۰



شکل نمبر ۸۹

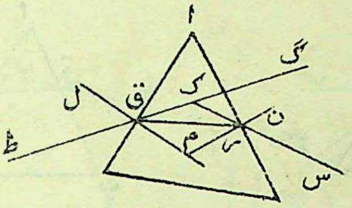
کنارہ ا کو یعنی اُس کنارہ کو جس پر وہ رُخ جن میں سے روشنی گزرتی ہے ملتے ہیں، منشور کا انعطاف انگیز کنارہ کہتے ہیں۔ ط ق کو گ تک بڑھاؤ اور س ر کو یہاں تک بڑھاؤ کہ یہ ط ق ممدودہ کو ک پر قطع کرے۔ زاویہ گ ک س یعنی وہ زاویہ جو شعاع واقع اور شعاع خارج کے درمیان بنتا ہے اِس منشور کی وجہ سے پیدا شدہ زاویہ انحراف کہلاتا ہے۔

اگر رُخ ا ب پر شعاع ط ق کا زاویہ وقوع بدلتا جائے تو زاویہ انحراف بھی بدلتا جائیگا۔ اگر شعاع واقع اور شعاع خارج منشور کے رخوں سے مساوی زاویے بنائیں یعنی اگر ا ق = ا ر تو انحراف اقل ہوتا ہے اور ایسی صورت میں کہتے کہ منشور اقل انحراف کی وضع میں ہے۔ یہ بات بآسانی ثابت کی جاسکتی ہے۔ چنانچہ فرض کرو کہ کسی اور شعاع ط ق ر س (شکل نمبر ۹۰) کا انحراف اقل ہے۔ تب اِس منشور میں سے متشاکلاً مخالف سمت میں گزرنے والی شعاع طَ قَ رَ سَ کا انحراف بھی وہی ہوگا جو کہ شعاع ط ق ر س کا انحراف ہے کیونکہ اِس صورت میں بھی ا ق = ا قَ اور ا ر = ا رَ بنا بریں آخر الذکر انحراف اقل نہیں ہوسکتا۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اب فرض کرو کہ شکل ۹۱ اقل انحراف کی وضع کو تعبیر کرتی ہے اور (۹۹)
ل م اور م ن ایک شعاع ط ق ر س کے نقاط وقوع اور خروج پر



شکل ۹۱

عماد ہیں۔ فرض کرو کہ

∠ط ق ل = ∠س ر ن = قہ اور ∠ر ق م = ∠ق ر م = عہ

اور زاویہ اقل انحراف = حہ۔ بنابریں:

حہ = ∠گ ک س = ∠ک ق ر + ∠ک ر ق

= ∠ک ق م - ∠ر ق م + ∠ک ر م - ∠ق ر م

= ۲ (قہ - عہ)

نیز ∠ا ق ر + ∠ا ر ق = π - ا

اور ∠ا ق ر + ∠ا ر ق = ∠ا ق م - ∠ر ق م + ∠ا ر م - ∠ق ر م

= π - ۲ عہ

پس ا = ۲ عہ یعنی عہ = ا/۲ اور یہ قیمت عہ کے لیے اوپر حاصل شدہ جملہ میں درج کرنے سے:

حہ = ۲ (قہ - ا/۲) یا قہ = (ا + حہ)/۲

لیکن بموجب تعریف انعطاف نما

م = جب قہ / جب طہ

پس قہ اور طہ کی قیمتیں درج کرنے پر:

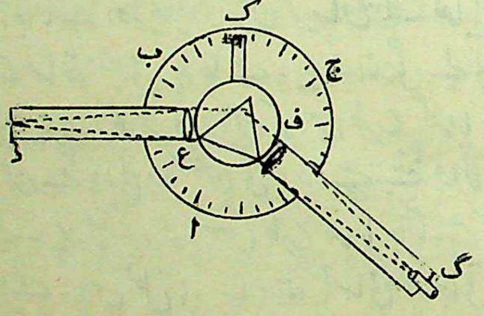
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

$$\text{مہ} = \frac{\text{جب}\,\frac{\text{ا} + \text{حہ}}{۲}}{\text{جب}\,\frac{\text{ا}}{۲}}$$

پس اگر ا اور حہ معلوم کر لیے جائیں تو مہ کی قیمت محسوب کر لی جا سکتی ہے۔ اِس ضابطہ کو یاد رکھنے کا ایک آسان طریقہ یہ ہے کہ ہم اُس صورت پر غور کریں جبکہ یہ منشور شیشہ کی بجائے ہوا کا بنا ہوا ہو۔ اِس صورت میں حہ صفر ہو جائیگا اور بنا بریں مہ مساوی ہوگا ا کے۔

طیف پیما وہ آلہ ہے جس سے ا اور حہ کی تعیین بآسانی کی جا سکتی ہے۔ اقل انحراف کی وضع میں ترتیب دیے ہوئے ایک طیف پیما کا خاکہ شکل ۹۲ میں دکھلایا گیا ہے۔ یہ بالالتزام ایک درجہ دار دائرہ ا ب ج پر مشتمل ہوتا ہے جس کے محور کے گرد ایک توازی گر د ع اور ایک دوربین ف گ گردش کر سکتی ہے۔ توازی گر ایک نلی ہوتی ہے جس کے ایک سرے ع پر ایک غیر لونی محدب عدسہ ہوتا ہے اور جس کے دُوسرے سرے د پر اور اِس



شکل ۹۲

محدب عدسہ کے ٹھیک ماسکہ پر ایک جھری ہوتی ہے۔ روشنی کی جو شعاعیں جھری میں داخل ہوتی ہیں وہ عدسہ میں سے گزر کر ایک متوازی پنسل کی

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

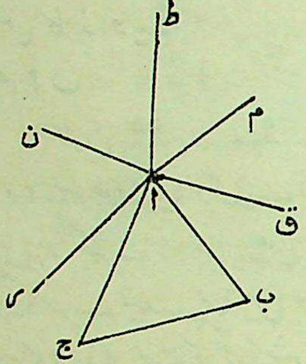
شکل میں باہر آتی ہیں۔ پھر منشور کی وجہ سے منحرف ہو کر یہ دوربین کے دہانہ پر واقع ہوتی ہیں۔ چونکہ یہ دوربین فلکی دوربین ہوتی ہے اس لیے یہ شعاعیں مستدق
(۱۰۰) ہو کر ایک حقیقی خیال پیدا کرتی ہیں جس کا مشاہدہ اس کے ریمسڈن والے چشمہ میں سے کیا جاتا ہے۔ منشور کو ایک میز پر بٹھایا جاتا ہے جس کو درجہ دار پیمانے کے محور کے گرد گھمایا جاسکتا ہے اور جس کی گردش کسر پیما کی مدد سے پڑھ لی جاسکتی ہے۔ درجہ دار پیمانہ پر دوربین کا محل بھی ایک اور کسر پیما کی مدد سے پڑھ لیا جاسکتا ہے۔ چونکہ ح کی قیمت مستعملہ روشنی کے رنگ کے ساتھ ساتھ بدلتی جاتی ہے اس لیے عام طور پر بنسنی شعلہ میں سوڈیم کے کسی نمک کو گرم کرکے اس سے پیدا ہونے والی زرد یک لونی نور سے مبداء نور کا کام لیا جاتا ہے۔ اس کے لیے بہترین نمک سوڈیم بائی کاربونیٹ ہے، پلاٹینم کے کسی باریک تار کے سرے پر بنے ہوئے ایک چھوٹے سے حلقہ میں اس نمک کا ایک دانہ لے کر اس کو شعلہ کے کنارے میں پکڑے رہنے سے دیر تک ایک گہرے زرد رنگ کی روشنی حاصل ہوتی ہے۔

ح کی پیمائش کے لیے پہلے منشور کو ہٹا دیا جاتا ہے اور دوربین کو توازی گر کی سیدھ میں لے آتے ہیں۔ اس سے جھری کا خیال دوربین کے میدان میں نظر آجاتا ہے اور پھر دوربین کو یہاں تک گھمایا جاتا ہے کہ یہ خیال صلیبی تاروں کے ساتھ منطبق ہو جائے۔ یہ خواندگی لے لی جاتی ہے۔ اس کے بعد منشور کو اپنی میز پر رکھ کر دوربین کو اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ اس میں منشور میں سے گزرنے والی روشنی کی وجہ سے بننے والا جھری کا خیال دکھائی دینے لگے۔ پھر منشور کو اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ یہ اقل انحراف کی وضع میں آجائے۔ اس محل کی شناخت بآسانی ہو جاتی ہے کیونکہ اس محل پر جھری کا خیال میدان میں واپس لوٹ کر مخالف سمت میں حرکت کرنے لگتا ہے۔ جب یہ محل حاصل ہو جائے تو درجہ دار دائرہ کی خواندگی کر لی جاتی ہے۔ ان دونوں خواندگیوں کا فرق ح کو تعبیر کرتا ہے۔

منشور کے زاویہ ا کی پیمائش کے لیے ہم دو طریقے اختیار کرسکتے

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

ہیں۔ پہلے طریقہ میں (شکل ۹۳) منشور کو اِس طرح رکھا جاتا ہے کہ اِس کا کنارہ ا میز کے مرکز کے قریب رہے تاکہ اُس پر توازی گر سے آنے والی شعاعوں میں سے بعض رُخ اب پر اور بعض رُخ اج پر سمت ط ا میں واقع ہوں۔ یہ شعاعیں سمتوں اق اور ار میں منعکس ہوتی ہیں۔ اگر منشور کو اپنی جگہ قایم رکھ کر دوربین کو اق اور ار کی سمتوں میں لایا جائے تو جھری کے انعکاسی خیال دکھائی دینگے۔ پس ∠ق ا ر کی پیمایش کر لی جا سکتی ہے۔ منشور کا زاویہ ا ∠ق ا ر کا نصف ہوگا جیسا کہ ذیل میں بتایا گیا ہے۔ اِن دونوں رخوں کے عماد ا م اور ا ن کھینچو۔ چنانچہ:



شکل ۹۳

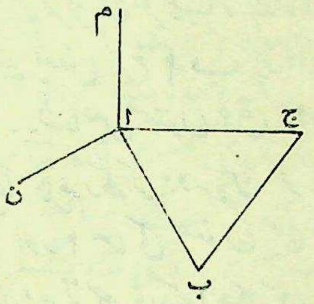
∠ق ا ر = ۲π − ∠ق ا ط − ∠ر ا ط = ۲π − ۲∠ط ا م − ۲∠ط ا ن

= ۲(π − ∠م ا ن) = ۲ ا

دوسرے طریقہ میں منشور کو پہلے اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ
اِس کے ایک رُخ سے منعکس ہونے والی شعاعیں میدان نظر میں
صلیبی تاروں پر منطبق ہوتا ہوا ایک خیال جھری کا پیدا کریں۔ پھر دوربین (۱۰۱)
کو اپنی جگہ قایم رکھ کر منشور کی میز کو اِس طرح گھمایا جاتا ہے کہ جھری کا
وہ خیال جو ایک دوسرے رُخ کے انعکاس کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے
صلیبی تاروں پر منطبق ہو جائے۔ اُس گردشی زاویہ اور دو قایموں
میں جو فرق ہوتا ہے وہ مساوی ہوتا ہے۔ اُن رخوں کے درمیانی زاویہ
کے جن سے کہ روشنی منعکس ہوئی ہے۔

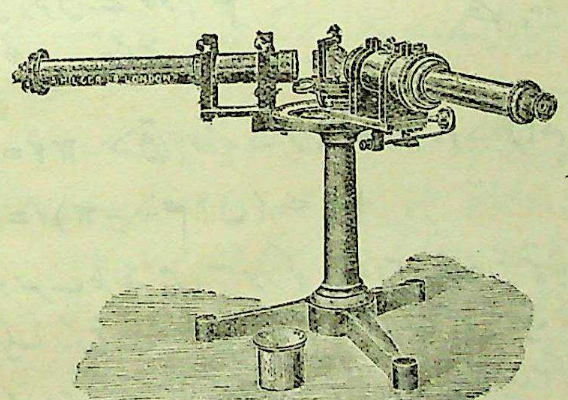
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri



شکل ۹۴

یہ اس لیے کہ دوسری وضع
میں ایک رُخ کے عماد کی سمت
وہی ہوتی ہے جو پہلی وضع میں
دوسرے رُخ کے عماد کی سمت
(شکل ۹۴) ۔ پس منشور کی
گردش کا زاویہ :
= ∠ م ا ن = π - ا ۔
شکلوں ۹۵ اور ۹۶
میں دو ایسے طیف پیما دکھلائے
گئے ہیں جو بکثرت استعمال میں
ہیں ۔ دوسرے طیف پیما میں جو نسبتاً زیادہ مکمل آلہ ہے دوربین کو
متوازن کیا جاتا ہے تاکہ گردش کے دوران میں اس میں بگاڑ پیدا (۱۰۲)



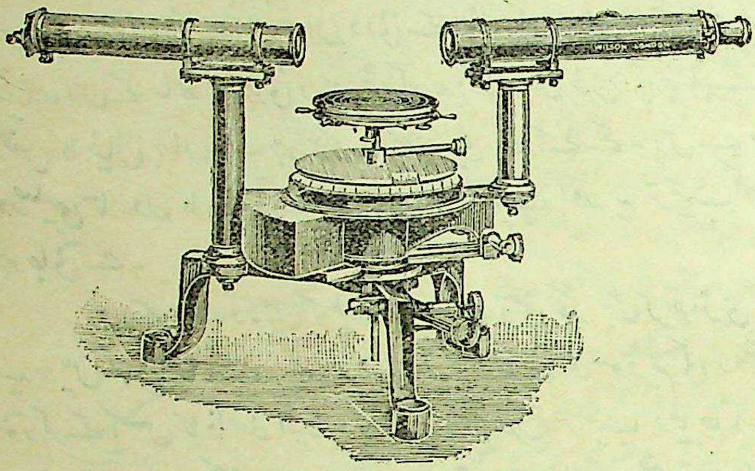
شکل ۹۵

نہ ہونے پائے ۔ منشور کی میز اور دوربین دونوں کے ساتھ ان کو کس دینے
اور ان کی سمت حرکت کا انتظام ہوتا ہے نیز اس میں منشور کی

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

میز کو اونچا نیچا بھی کیا جا سکتا ہے اور اس کے ساتھ تسطیحی پیچ* بھی لگے ہوتے ہیں۔



شکل ۹۶

طیف پیما کی ترتیب: طیف پیما سے کام کرتے وقت ضروری ہوتا ہے کہ:

(ا) دوربین کی تمسیک متوازی شعاعوں کے لیے کر لی جائے۔
(ب) توازی گر کی تمسیک متوازی شعاعوں کے لیے کر لی جائے۔
(ج) دوربین اور توازی گر کے مناظری محور آلہ کے گردشی محور پر عمود وار ہوں۔
(د) منشور کا انعطاف انگیز کنارہ آلہ کے گردشی محور کے متوازی ہو۔

ترتیب (ا) کے عمل میں لانے کا آسان ترین طریقہ یہ ہے کہ آلہ سے دوربین کو نکال کر اس میں سے کسی سفید سطح کو دیکھتے ہوئے چشمہ کو

* Levelling screw

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

اندر باہر سرکا کر اس طرح ترتیب دیا جائے کہ اِس کے صلیبی تار جہاں تک ہوسکے واضح ترین دکھائی دینے لگیں۔ اس سے چشمہ اور صلیبی تاروں کا اضافی فاصلہ معین ہو جاتا ہے۔ پھر اِس دوربین کو کسی کھلی کھڑکی کے پاس لے جاکر اِس میں سے کسی گرجے یا دھواں دانی کے مینار کی طرف دیکھتے ہوئے اِس کی تمسیک اِس کے ساتھ لگی ہوئی دت پٹی کی مدد سے اِس طرح کی جاتی ہے کہ اِس شخص کا خیال جہاں تک ہوسکے واضح ترین نظر آنے لگے۔ اِس سے دہانہ اور صلیبی تاروں کا اضافی فاصلہ معین ہو جاتا ہے اور یہ ترتیب مکمل ہو جاتی ہے۔

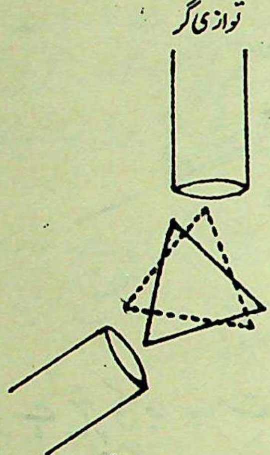
اِس کے بعد دوربین کو طیف پیما میں اپنی جگہ بٹھا کر توازی گر کی سیدھ میں گھما دیا جاتا ہے۔ پھر توازی گر کی جھری کو سوڈیم کی روشنی سے منور کرکے اِس کا فاصلہ اپنے دہانہ سے اِس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ دوربین میں سے دیکھنے پر جھری کا خیال حتی الامکان واضح ترین نظر آنے لگے۔ اِس سے توازی گر کی تمسیک متوازی شعاعوں کے لیے ہو جاتی ہے۔

اگر دوربین کو آلہ سے علیحدہ نہ کیا جا سکتا ہو، جیسا کہ شکل ۹۶ میں دکھلائے ہوئے طیف پیما کی صورت میں ہوتا ہے، تو چشمہ کی تمسیک
(۱۰۳) صلیبی تاروں پر کر لینے کے بعد حسب ذیل طریقہ اختیار کیا جا سکتا ہے جو شوسٹر کا طریقہ کہلاتا ہے۔ جھری کو سوڈیم کے نور سے منور کرکے منشور کو اِس کی میز پر اِس طرح رکھا جاتا ہے کہ جھری کے انعطافی خیال کا انحراف اقل انحراف سے بڑا ہو۔ چنانچہ ایک دیے ہوئے انحراف کے لیے منشور کے دو ممکنہ محل ہوتے ہیں: ایک وہ جو مسلسل خطوط سے تعبیر کیا گیا ہے اور جس میں جھری کا ایک چوڑا خیال حاصل ہوتا ہے، اور دوسرے وہ جو نقطہ دار خطوط سے تعبیر کیا گیا ہے اور جس میں جھری کا ایک

؎ Schuler

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

باریک خیال حاصل ہوتا ہے۔ فرض کرو کہ منشور نقطہ دار خطوں سے تعبیر کی ہوئی وضع میں رکھا ہوا ہے یعنی توازی گر سے آنے والی شعاعیں اِس پر اقل انحراف کی وضع کے مقابلہ میں زیادہ مائل طور پر واقع ہوتی ہیں۔ نیز فرض کرو کہ دوربین اور توازی گر دونوں غیر مرتب حالت میں ہیں اور جھری کا خیال غیر واضح ہے۔ دوربین کی تمسیک یہاں تک کرو کہ جھری کا خیال واضح ہو جائے۔ پھر منشور کو گھما کر دوسری وضع میں لے آؤ۔ خیال مکرر غیر واضح ہو جائیگا۔



شکل ۹۷

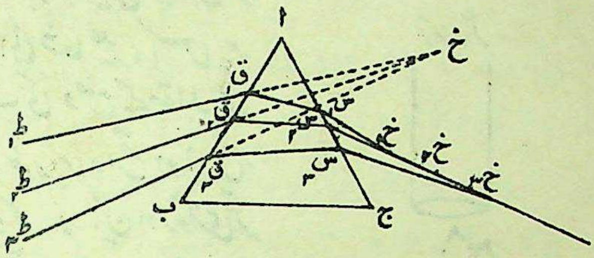
اب توازی گر کی تمسیک کرو تا آنکہ خیال مکرر واضح ہو جائے۔ اِس کے بعد منشور کو پھر اِس کی پہلی وضع میں گھماؤ اور اگر خیال پورے طور پر واضح نہ ہو تو دوربین کی تمسیک سے اِس کو واضح کر لو۔ اور علیٰ ہذا۔ جب خیال دونوں وضعوں میں واضح نظر آئے تو اِس کے معنے یہ ہیں کہ دوربین اور توازی گر کی تمسیک متوازی شعاعوں کے لیے ہو چکی ہے۔ عملاً عام طور پر تین سے زیادہ مرتبہ تمسیک کی ضرورت نہیں ہوتی۔ نیز اگر کوئی غلطی سرزد ہوئی ہو اور دوربین اور توازی گر کی تمسیک غلط ترتیب میں کی گئی ہو تو یہ بات خیال کی عدم وضاحت کے اضافہ سے فوراً ظاہر ہو جائیگی۔

اِس طریقہ کا اُصول شکل ۹۸ کے مطالعہ سے بآسانی سمجھ میں آجائیگا۔ ط۱ خ ط۲ شعاعوں کی ایک ایسی پنسل ہے جو منشور اب ج کے موجود نہ ہونے کی صورت میں ایک نقطہ خ کی جانب مستدق ہوتی۔ یہ منشور اِس طرح رکھا ہوا ہے کہ شعاع ط۱ ق میں اقل انحراف پیدا

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ہوتا ہے۔ فرض کرو کہ شعاعوں کی ایک نہایت باریک پنسل جس کی صدر شعاع



شکل ۹۸

ط۱ ق۱ ہے خ۱ کی جانب مستدق ہوتی ہے۔ چنانچہ شعاع ط۱ ق۱ منعطف ہونے کے بعد س۱ خ۱ کو س۲ اور خ۲ کے درمیان نقطہ خ۱ پر قطع کرنی چاہیے اور شعاع ط۳ ق۳ انعطاف کے بعد س۳ خ۳ کو خ۲ سے بعید ایک نقطہ خ۳ پر قطع کرنی چاہیے۔ اس لیے اگر ہم ط۱ خ۱ ط۲ کو ایک علیحدہ پنسل خیال کریں تو یہ انعطاف کے بعد زیادہ مستدق ہوگی اور اگر ہم ط۲ خ۳ ط۳ کو
ایک علیحدہ پنسل تصور کریں تو یہ انعطاف کے بعد کم مستدق ہوگی۔ (۱۰۴)
یعنی اگر کوئی پنسل اقل انحراف کی مماثل سمت کے مقابلہ میں کم مائل طور پر واقع ہو تو یہ منشور کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد کم متوازی ہو جاتی ہے اور اگر یہ اقل انحراف کی مماثل سمت کے مقابلہ میں زیادہ مائل طور پر واقع ہو تو یہ منشور کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد زیادہ متوازی ہو جاتی ہے۔ اسی طرح ایک دوسری شکل کھینچ کر یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ کسی نقطہ سے متسع ہونے والی پنسل کی صورت میں بھی یہی بات صادق آتی ہے۔

اب عملی صورت پر غور کرو۔ فرض کرو کہ جب روشنی کا وقوع اقل انحراف کی مماثل سمت کے مقابلہ میں کم مائل تھا تو دوربین تمسیک کی حالت میں تھی اور یہ کہ منشور کو دوسری وضع میں گھمایا جاتا ہے۔ اس سے دوربین میں داخل ہونے والی شعاعیں زیادہ متوازی ہو جاتی ہیں

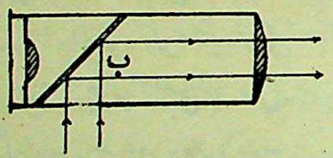
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اور دوربین کی مکرر تمسیک سے اِس کی تمسیک کی حالت متوازی شعاعوں کے لیے اور بہتر ہوجاتی ہے۔ اب منشور کو اس کی پہلی وضع میں واپس گھما دو۔ اِس سے دوربین میں داخل ہونے والی پنسل صورت حال کے اعتبار سے یا تو بہت زیادہ مستدق ہوجائیگی یا بہت زیادہ منتسع اور اگر ہم کی تصحیح توازی گر کی ترتیب سے کریں تو توازی گر کی تمسیک کی حالت متوازی شعاعوں کے لیے صریحاً بہتر ہوجائیگی۔

ترتیب (ج) کی ضرورت شاذ و نادر ہی پیش آتی ہے۔ سادہ قسم کے آلات میں اِن کے بنانے والے خود ہمیشہ کے لیے اس کی تکمیل کر لیتے ہیں۔ زیادہ نازک آلات کی صورت میں یہ ترتیب گاؤس کے چشمہ کی مدد سے عمل میں لائی جاتی ہے۔

گاؤس کا چشمہ شکل ۹۹ میں دکھلایا گیا ہے۔ یہ محض ایک مثبت چشمہ ہوتا ہے جس کی نلی کے پہلو میں ایک سوراخ ہوتا ہے اور اِس کے عدسوں کے درمیان نلی کے محور سے ۴۵° کے زاویہ پر مائل شفاف شیشہ کی ایک تختی ب ہوتی ہے۔



شکل ۹۹ (واٹسن کی "طبیعیات عملی" سے)

دوربین کے مناظری محور کو آلہ کے گردشی محور کے علی القوایم ترتیب دینے کے لیے منشور کی میز پر شفاف شیشہ کی ایک مستوی متوازی تختی آلہ کے گردشی محور کے اس قدر متوازی جس قدر کہ آنکھ سے دیکھا جا سکتا ہو، قایم کر دو۔ چشمہ کے سوراخ میں سے شکل ۹۹ کے مطابق روشنی داخل کرو تاکہ شعاعیں شیشہ کی تختی سے منعکس ہوکر دوربین کی نلی اور اِس کے دہانہ میں سے گزر جائیں۔ منشور کی میز کو اِس طرح گھماؤ کہ اِس پر قایم کی ہوئی شیشہ کی تختی اِن شعاعوں کو دوربین اور اِس کے چشمہ میں سے ہوتے ہوئے مشاہد کی آنکھ کے اندر واپس منعکس کردے اِس سے مشاہد کو

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

صلیبی تاروں کا ایک خیال خود صلیبی تاروں پر نظر آجانا چاہیے۔ اگر اُس کو یہ خیال پہلے پہل نظر نہ آئے تو اُس کو غالباً اُس سہوہ کے دائری کنارہ کے ایک حصّہ کا خیال دکھائی دیگا۔ جس پر کہ صلیبی تار چسپاں رہتے ہیں۔ اس خیال کو دت پٹی کی مدد سے واضح کرلیا جاسکتا ہے۔ یہ عمل متوازی شعاعوں کے لیے دوربین کی تمبیک کا معادل ہے ـــ اور اِس سے صلیبی تاروں کا خیال نظر آجائیگا۔ اس کے بعد منشور کی میز کو، اس پر کی شیشہ کی تختی کو ہٹائے بغیر ۱۸۰° کے زاویہ میں گھما دو صلیبی تاروں کا ایک خیال مکرر نظر آئیگا لیکن یہ میدان کے ایک مختلف حصّہ میں واقع ہوگا۔ اِس کی وجہ شیشہ کی تختی کا گردشی محور کے ٹھیک متوازی نہ ہونا ہے اور یہ نقص منشوری میز کے تسطیحی پیچوں کی مدد سے رفع کرلیا جانا چاہیے۔ پھر جب دونوں اوقات خیال میدان میں ایک ہی مقام پر دکھائی دے تو دوربین کے محور کے میلان کو اس مقصد کے لیے مہیا کیے ہوئے انتظام کی مدد سے یہاں تک بدلنا چاہیے کہ یہ خیال خود صلیبی تاروں پر منطبق ہوجائے۔ اِس سے دوربین کا محور آلہ کے گردشی محور کے علی القوایم ترتیب پا جائیگا۔ اگر شیشہ کی مستعملہ تختی کے رُخ ایک دوسرے سے ٹھیک متوازی نہ ہوں تو صلیبی تاروں کے دو خیال پیدا ہونگے جن میں سے ایک ایک رُخ کی وجہ سے اور دوسرا دوسرے رُخ کی وجہ سے ہوگا۔ لیکن یہ خیال ایک دوسرے سے اتنے دور واقع نہیں ہوتے کہ تکلیف دہ ہوجائیں۔ (۱۰۵)

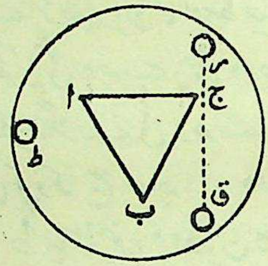
دوربین کے محور کو ترتیب دے لینے کے بعد توازی گر کے میلان کو یہاں تک بدلنا چاہیے کہ صلیبی تار جھری کے خیال کے ٹھیک وسط میں دکھائی دینے لگیں۔ اِس سے توازی گر کا محور آلہ کے گردشی محور کے علی القوایم ترتیب پا جائیگا۔

ترتیب (د) کے عمل میں لانے کے دو طریقے ہیں۔ فرض کرو کہ ہمیں کنارہ ا کو گردشی محور کے متوازی ترتیب دینا ہے۔ پہلے ہمیں منشور کو اس طرح رکھنا چاہیے کہ کنارہ ا پر ملنے والے رخوں میں سے ایک بالفرض اج تسطیحی پیچوں میں سے کوئی دو کو بالفرض م اور ق کو ملانے والے خط کے علی القوایم ہو

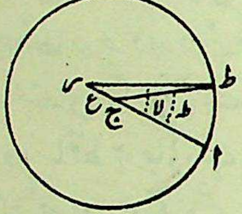
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اِس کے بعد دو طریقے اختیار کیے جا سکتے ہیں۔ پہلے طریقے میں گاؤس کے چشمہ سے مدد لے کر دوربین کو رُخ ا ج کے علی القوایم ترتیب دیا جاتا ہے، تینوں تسطیحی پیچوں کی ترتیب سے صلیبی تاروں اور اِن کے خیال کو منطبق کر لیا جاتا ہے، پھر دوربین کو رُخ ا ب کے علی القوایم ترتیب دے کر صلیبی تاروں اور اِن کے خیال کا انطباق صرف پیچ ط کی ترتیب سے حاصل کیا جاتا ہے۔



شکل ۱۰۰



شکل ۱۰۱

اِس سے دوسرے رُخ کی ترتیب میں خلل واقع نہ ہوگا۔ دوسرے طریقہ میں توازی گر کو کنارہ ا کی سیدھ میں لاکر اِس کی جھری کو منوّر کیا جاتا ہے، پھر رخوں ا ج اور ا ب کے انعکاسوں کی وجہ سے جھری کے جو خیال حاصل ہوتے ہیں اِن کا معائینہ دوربین کی مدد سے کرتے ہوئے منشوری میز کے تسطیحی پیچوں کو اِس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ یہ دونوں خیال میدان میں اپنی مناسب بلندی پر دکھائی دیں یعنی صلیبی تار اِن کی تنصیف کریں۔ پہلے رُخ ا ج کی وجہ سے بننے والے خیال کو تینوں پیچوں کی مدد سے ترتیب دیا جاتا ہے اور پھر رُخ ا ب کی وجہ سے بننے والے خیال کو صرف پیچ ط کی مدد سے۔

اِن دونوں طریقوں میں یہ فرض کر لیا جاتا ہے کہ دوربین آلہ کے گردشی محور کے علی القوایم ہے اور دوسرے طریقہ میں یہ بھی مان لیا جاتا

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ہے کہ توازی گر بھی آلہ کے گردشی محور کے علی القوایم ہے۔ اِن دونوں طریقوں میں دوسرا طریقہ نسبتاً زیادہ آسان ہے۔

صحیح طیف پیماؤں میں دوربین کی گردش پڑھنے کے لیے دو کسر پیما ہوتے ہیں جو ایک دوسرے سے ٹھیک ۱۸۰° کا زاویہ بناتے ہیں اسی طرح منشور کی میز کی گردش پڑھنے کے لیے بھی دو کسر پیما ہوتے ہیں۔ عام طور پر زاویوں کے درجے تو صرف کسی ایک کسر پیما کی مدد سے پڑھ لیے جاتے ہیں لیکن اِن کے دقیقے اور ثانیے دونوں کسر پیماؤں کی مدد سے پڑھ کر اِن کا اوسط لیا جاتا ہے۔ (۱۰۶)
اِس سے جو خطا درجہ دار دائرہ کے خروج المرکز کی وجہ سے یعنی درجہ دار دائرہ کے ہندسی مرکز میں سے گردشی محور کے نہ گزرنے کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے وہ ساقط ہو جاتی ہے۔ چنانچہ فرض کرو کہ ج درجہ دار دائرہ کا ہندسی مرکز ہے اور س گردشی مرکز ہے اور ط بالفرض دوربین کا محل ہے۔ فرض کرو کہ س ج = ع، س ج ممدودہ محیط سے ا پر ملتا ہے اور ج ط = ص بنا بریں طہ = ∠ ط ج ا دوربین کے ظاہری محل کو تعبیر کرتا ہے اور لا = ∠ ط س ج اِس کا اصلی محل ہے۔ پس مثلث س ج ط میں:

$$\frac{ع}{ص} = \frac{س ج}{ج ط} = \frac{جب\ س ط ج}{جب\ ج س ط} = \frac{جب\ (طہ - لا)}{جب\ لا}$$

یا چونکہ (طہ - لا) ایک چھوٹا زاویہ ہے اِس لیے:

$$\frac{ع}{ص}\ جب\ لا = طہ - لا$$

پس

$$لا = طہ - \frac{ع}{ص}\ جب\ لا$$

اگر س ط ۱۸۰° کے زاویہ میں گھوم جائے اور لا میں ۱۸۰° کا اضافہ ہو تو جب لا کی عددی قیمت تو وہی ہوگی لیکن اِس کی علامت مختلف ہوگی۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

پس زاویہ کی صحیح اور ظاہری قیمتوں کے فرق کی علامت بدل جاتی ہے اور اس لیے دو خواندگیوں کا اوسط لینے پر یہ فرق ساقط ہوجاتا ہے۔

ایبے کا خود توازی گر[ه] طیف پیما: اس آلہ کی خاص خصوصیت یہ ہے کہ اس کی دوربین، دوربین اور توازی گر دونوں کے فرایض انجام دیتی ہے۔ جس مستوی پر چشمہ کی تمسیک عمل میں آتی ہے اُس میں ایک جھری ہوتی ہے جس کی چوڑائی باہر سے گھٹائی بڑھائی جاسکتی ہے۔ جھری سے قریب اس جھری اور چشمہ کے درمیان کُلّی طور پر منعکس کرنے والا ایک منشور ہوتا ہے جس کی مدد سے جھری کو بازو کے ایک سُوراخ میں سے آنے والی روشنی سے منوّر کیا جاتا ہے۔

اس آلہ کو ترتیب دینے کے لیے اولاً چشمہ کی تمسیک جھری پر کرلی جاتی ہے پھر منشور کی میز پر شیشہ کی ایک مستوی متوازی تختی قایم کرکے اس کو اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ یہ دوربین سے آنے والی شعاعوں کو اس میں واپس منعکس کردے۔ اس طرح میدان نظر میں خود جھری کے اوپر اس کا ایک خیال حاصل ہوگا اور اس خیال کو دت پٹی کی حرکت سے حتی الامکان واضح کرلینے پر دوربین کی تمسیک متوازی شعاعوں کے لیے ہوجائیگی۔ اس کو آلہ کے گردشی محور کے علی القوایم ترتیب دینے کے لیے منشور کی میز پر کی شیشہ کی تختی کو ۱۸۰° کے زاویہ میں گھماکر دوربین کے میلان کو اور منشوری میز کے تسطیحی پیچوں کو ٹھیک اُسی طرح ترتیب دیا جاتا ہے جس طرح کہ جھری کے خیالوں کو دونوں مرتبہ میدان نظر میں ایک ہی خاص محل پر لے آنے کے لیے سابقہ دفعہ کی ترتیب (ج) کی کے ضمن میں ترتیب دیا گیا تھا۔ زیر امتحان منشور کے انعطاف انگیز کنارہ کی ترتیب، سابقہ دفعہ کے ضمن (د) میں بیان کیے ہوئے دو طریقوں میں سے پہلے طریقہ سے عمل میں

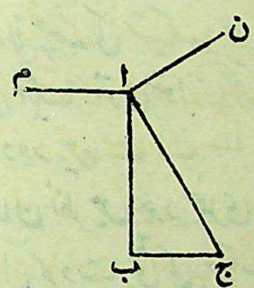
ه Auto-collimating

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

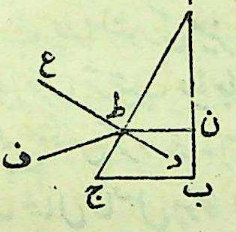
لائی جاتی ہے۔

زاویہ ا کی پیمایش کے لیے (شکل ۱۰۲) اولاً روشنی کو رُخ اب پر واقع کرکے جھری کا خیال حاصل کیا جاتا ہے۔ پھر منشور کی میز کو اِس طرح گھما دیا جاتا ہے کہ روشنی رُخ اج پر عموداً واقع ہونے لگے۔ چنانچہ میز کی گردشی کا زاویہ صریحاً د م ا ن کے مساوی ہوگا اور اِس کو π میں تفریق کرنے پر ا کی قیمت حاصل کی جاسکیگی۔

(۱۰۷) شیشہ کا انعطاف نما معلوم کرنے کے لیے جھری کو سوڈیم کی روشنی سے منوّر کرکے شعاعوں کو رُخ اج پر ف ط کی سمت میں واقع کرایا جاتا ہے تاکہ یہ انعطاف کے بعد رُخ اب پر عموداً واقع ہوں۔



شکل ۱۰۲



شکل ۱۰۳

چنانچہ انعکاس کے بعد یہ شعاعیں اپنے ہی راستہ پر واپس لوٹ آتی ہیں اور جھری کا خیال میدان کے صحیح مقام پر پیدا کرتی ہیں پھر منشور کی میز کو اِس طرح گھمایا جاتا ہے کہ جھری کا ایک خیال رُخ اج پر سے راست انعکاس کی وجہ سے حاصل ہو۔ میز کی اس گردش کا زاویہ صریحاً < ف ط ع کے مساوی ہوگا۔ چونکہ < د ط ن = < ا جس کی پیمایش کا طریقہ پہلے بیان ہوچکا ہے اور مہ = $\frac{\text{جب ف ط ع}}{\text{جب د ط ن}}$ اِس لیے انعطاف نما

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

کی تعیین ہو جاتی ہے
ایبتے کے طیف پیما کی خاص خوبی یہ ہے کہ اِس میں متحرک حصّوں کی تعداد اقل ہو جاتی ہے اور بنا بریں آلہ کے فساد کی وجہ سے خواندگیوں کی صحت کے متاثر ہونے کا احتمال کم ہو جاتا ہے۔ نیز ایبتے کے وضع کردہ اصلی آلہ میں منشور کی میز کو گھمانے کے لیے ایک خردہ پیما پیچ بھی لگا ہوتا تھا جس کی مدد سے زاویہ کے چھوٹے چھوٹے فرق مثلاً طیف کے مختلف حصّوں میں انتشار بڑی صحت کے ساتھ پڑھ لیے جا سکتے تھے۔

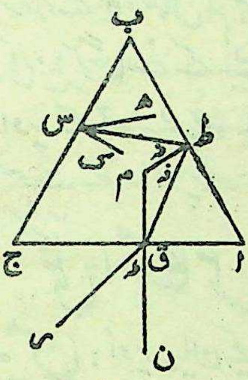
کُلّی انعکاس والے طریقوں سے انعطاف نما کی تعیین

کی تعیین: اُوپر بیان کیے ہوئے طریقوں سے ٹھوسوں اور مایعات کے انعطاف نما کی تعیین کے لیے یہ ضروری ہے کہ یہ ٹھوس منشوروں کی شکل میں تراشے ہوئے ہوں اور یہ مایعات شیشہ کے مستوی متوازی پہلوؤں والے کھوکھلے منشوروں میں رکھے ہوئے ہوں۔ نیز یہ بھی ضروری ہے کہ یہ ٹھوس اور مایعات شفاف ہوں۔ لیکن انعطاف کُلّی کے فاصل زاویہ سے انعطاف نما کی تعیین میں مایع کا محض ایک قطرہ بھی کافی ہو جاتا ہے۔ ٹھوس کا محض ایک رُخ صیقل شدہ ہونا ضروری ہوتا ہے اور یہ مایع یا ٹھوس ناقص طور پر شفاف ہو سکتا ہے۔ اِس لیے اِس طریقہ سے دودھ یا مکھن جیسی اشیاء کا انعطاف نما بھی معلوم کیا جا سکتا ہے۔

فرض کرو کہ ا ب ج شیشہ کا ایک منشور ہے جس کا مساوی الزاویہ ہونا ضروری نہیں۔ فرض کرو کہ اِس کا رُخ ب ج گھسا ہوا ہے اور اِس کے دوسرے رُخ صیقل شدہ ہیں۔ فرض کرو کہ سوڈیم کے کسی شعلہ کے خیال کی تمسیک کسی عدسہ کی مدد سے اِس منشور کے گھسے ہوئے رُخ پر کی جاتی ہے اور س اِس خیال کا کوئی نقطہ ہے۔ چنانچہ س سے سوڈیم نور کی شعاعیں تمام سمتوں میں منتشر ہونگی۔ فرض کرو کہ اِس منشور کا انعطاف نما ہوا کے لحاظ سے م ہے اور رُخ ا ب پر ایک ایسے

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

مایع کی تہ ہے جس کا انعطاف نما ہوا کے لحاظ سے مہ ہے۔ چنانچہ اگر نقطہ
(۱۰۸) س سے منتشع ہونے والی کوئی شعاع س ط، رُخ ا ب پر ایک ایسا
زاویہ وقوع فہ بناتی ہوئی واقع ہو کہ



شکل ۱۰۲

جب فہ = ۱ / مہ ہو تو زاویہ انعطاف کا
جیب اکائی ہوگا اور منعطف شعاع
منشور کے رُخ کو مس کرتی ہوئی
سمت ط ا میں باہر آئیگی۔ اگر
زاویہ وقوع اِس سے بڑا ہو جیسا کہ
شعاع س ک کی صورت میں ہوتا
ہے تو منعطف شعاع موجود نہ ہوگی
بلکہ یہ شعاع کُلّی طور پر منعکس ہو جائیگی
اور اِس منعکس شدہ شعاع کی حدّت
واقع شعاع کی حدّت کے مساوی ہوگی۔ اگر زاویہ وقوع فہ سے چھوٹا ہو
جیسا کہ شعاع س ھ کی صورت میں دکھلایا گیا ہے تو ایک منعطف شعاع
بھی موجود ہوگی اور بنا بریں اِس منعکس شعاع کی حدّت واقع شعاع کی
حدّت سے کم ہوگی۔ رُخ ب ج کے دیگر منوّر نقطوں سے منتشع ہونے والی
شعاعوں کی صورت میں بھی یہی ہوگا۔ اِس لیے اگر متوازی شعاعوں کے
لیے ترتیب دی ہوئی کوئی دوربین منشور میں سے باہر آنے والی شعاعوں کو
حاصل کرنے کی غرض سے ر ق کی سیدھ میں لائی جائے تو اِس کا
میدان نظر سمت ق ر کے متناظر خط سے دو حصّوں میں منقسم پایا جائیگا۔
اِس خط کی ایک جانب کا حصّہ کُلّی طور پر منعکس شدہ روشنی سے منوّر ہوگا
اور بنا بریں یہ دوسرے حصّہ سے زیادہ روشن نظر آئیگا۔ کُلّی انعکاس
کے طریقہ میں صلیبی تاروں کو اُس سرحدی خط پر ترتیب دیا جاتا ہے جہاں
میدان کی حدّت بدل جاتی ہے۔

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

فرض کرو کہ رُخ ج ب منوّر ہونے کی بجائے ایک کالے کاغذ سے ڈھکا ہوا ہے تاکہ اِس میں روشنی داخل نہ ہو سکے اور یہ کہ سوڈیم کے ایک شعلہ سے آنے والی شعاعیں رُخ ب ا پر تماسی وقوع ب ا کی سمت میں اور تماسی وقوع کے قریبی زاویوں پر واقع ہوتی ہیں۔ جو شعاع سطح کو مس کرتی ہوئی واقع ہوگی وہ ط ق کی سمت میں منعطف ہونے کے بعد منشور میں سے گزر جائیگی۔ دیگر شعاعیں عماد ط م کے ساتھ انعطاف کے نسبتاً چھوٹے زاویے بنائیگی۔ اِس لیے اگر دوربین کو پہلی ہی وضع میں ترتیب دیا جائے تو اُسی سرحدی خط کی ایک جانب کا میدان تو روشن ہوگا اور اِس کی دوسری جانب کا میدان بالکل تاریک۔ چنانچہ اِس صورت میں صلیبی تاروں کو سرحدی خط پر ترتیب دینا، اوپر بیان کی ہوئی فرقِ حدّت والی صورت کے مقابلہ میں زیادہ آسان ہوتا ہے۔

شکل ۱۰۸ میں ∠ ا + ∠ ق م ط = π

نیز ∠ ق م ط + ∠ م ق ط + فہ = π

اِس لیے ∠ ا = ∠ م ق ط + فہ یا فہ = ا − ∠ م ق ط ۔ پس:

مہ۱ = مہ جب فہ

= مہ جب (ا − ∠ م ق ط)

= مہ جب ا جم م ق ط − مہ جم ا جب م ق ط

لیکن نقطہ ق پر کلیہ انعطاف کے اطلاق سے:

جب طہ = مہ جب م ق ط

پس اندراج سے:

مہ۱ = جب ا √(مہ² − جب² طہ) − جم ا جب طہ .... (۴۰)

اگر رُخ ا ب پر کوئی مایع موجود نہ ہو تو فاصل زاویہ وقوع رشتہ جب فہ = ۱/مہ سے حاصل ہوگا۔ چنانچہ یہ صورت جملہ بالا سے مہ۱ = ۱ درج کرکے حاصل کی جاسکتی ہے پس مساوات (۴۰) کے مماثل ہمیں حاصل ہوگا: (۱۰۹)

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

$$1 + \text{جم ا جب طہ} = \text{جب ا}\sqrt{\text{مہ}^2 - \text{جب}^2\,\text{طہ}}$$

جس سے $$\text{مہ}^2 = 1 + \left(\frac{\text{جب طہ} + \text{جم ا}}{\text{جب ا}}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (41)$$

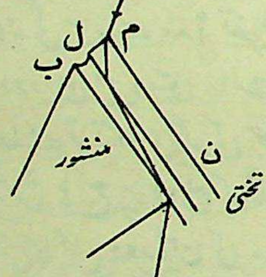
اِس اُصول کو عملی جامہ پہنا کر کئی قسم کے آلات بنائے گئے ہیں جن کی تمسیک فاصل زاویہ پر کر لینے پر اِن کے پیمانے کی خواندگی سے انعطاف نما کی قیمت راست حاصل ہو جاتی ہے ۔ ایبّے کا انعطاف پیما اِسی قسم کا ایک آلہ ہے اِس قسم کے آلات کی تعئیر عام طور پر معلوم انعطاف نما والے مایعات کی مدد سے کر لی جاتی ہے ۔ اِن سے مساوات (۴۰) کے ا اور مہ کی تعیین علٰحدہ علٰحدہ نہیں ہو سکتی ۔ یہ بلاشبہ بہت ہی زود عمل ہوتے ہیں۔ لیکن اِس طریقہ سے انعطاف نما کی تعیین ایک معمولی طیف پیما کی مدد سے بھی کی جا سکتی ہے ۔ اِس کی بھی تعئیر اُسی طرح کر لی جا سکتی ہے جس طرح کہ کسی خاص آلہ کی اور اِس سے بھی اتنے ہی صحیح نتائج حاصل ہوتے ہیں۔ نیز اِس میں ایک مزید خوبی یہ بھی ہوتی ہے کہ اِس کی مدد سے ا اور مہ کی تعیین علٰحدہ علٰحدہ ہو سکتی ہے اور پھر مہ کی قیمت مساوات (۴۰) کی مدد سے یعنی ابتدائی اُصولوں سے راست محسوب کر لی جا سکتی ہے۔

اگر ایک معمولی طیف پیما سے کام لینا مقصود ہو تو اِس کے منشور کا انعطاف نما جہاں تک ہو سکے بڑا ہونا چاہیے کیونکہ اِس کا انعطاف نما پیمایش طلب انعطاف نماؤں سے بڑا ہونا پڑتا ہے ۔ زاید کثیف فلنٹ شیشہ کا ایک مساوی الاضلاع منشور، جو طیف حاصل کرنے کے لیے عام طور پر استعمال کیا جاتا ہے، جس کا ایک رُخ گھسا ہوا اور جس کے مادہ کا انعطاف نما سوڈیم نور کے لیے تقریباً ۱٫۶۷۸۶ ہوتا ہے بخوبی کام دے سکتا ہے ۔ ہمیں سب سے پہلے مہ اور منشور کے دونوں صیقل شدہ رخوں کے درمیانی زاویہ ا کی تعیین کر لینی چاہیے ۔ یہ بات صفحہ ۱۸۸ پر بیان کیے ہوئے طریقوں سے

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

عمل میں لائی جاسکتی ہے۔ پھر منشور کی میز کو اپنے محور پر کس دیگر منشور کو اس پر اپنی مناسب جگہ رکھ دو۔ اگر کسی مایع کے انعطاف نما کی پیمایش مقصود ہو تو اس کے ایک دو قطرے رُخ ا ب (شکل ۱۰۴) پر ڈال کر شیشہ کی ایک پتلی سی تختی اس رُخ پر دبا دو۔ یہ تختی شعری جذب کی وجہ سے اپنی جگہ قایم رہیگی اور ساتھ ہی اس کے قطرے تختی اور منشور کے رُخ کے درمیان ایک پتلی سی پرت کی شکل میں پھیل جائینگے۔ پھر دوربین کی مدد سے سرحدی سمت ق ر کی تلاش کی جاتی ہے۔ توازی گر سے بالکل کوئی کام نہیں لیا جاتا۔ اگر روشنی کو اندرونی طور پر واقع کرانا مقصود ہو تو منشور کے گھسے ہوئے رُخ پر سوڈیم کے شعلہ کا ایک خیال کسی محدب عدسہ کی مدد سے ڈالا جانا چاہیے۔ اور یہ شعاعیں ایسی سمت میں واقع ہونی چاہییں کہ انعطاف کے بعد ان کی سمت تقریباً س ط ہو جائے۔ اگر روشنی کو بیرونی طور پر واقع کرانا مقصود ہو تو روشنی کی شعاعوں کو تختی کے سرے ل م کی سمت میں داخل کرنا چاہیے جیسا کہ شکل ۱۰۵ میں دکھلایا گیا ہے۔ معمولی حساب سے معلوم ہوگا کہ یہ شعاعیں تختی م ن کے پیچھے تو داخل نہیں ہو سکتیں لیکن یہ مایع کی پرت میں سے مطلوبہ سمت میں گزر سکتی ہیں۔ اگر تختی کا سرا ل م صیقل شدہ ہو تو اس کو مستوی اور منشور کے انعطاف انگیز کنارہ ا کے متوازی ہونا چاہیے۔



شکل ۱۰۵

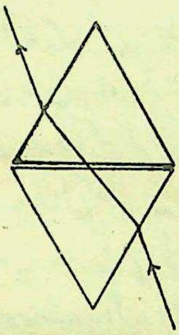
اگر روشنی کو بیرونی طور پر واقع کرانا مقصود ہو تو تختی کی بجائے ایک دوسرے منشور کا استعمال جو حتی الامکان
پہلے منشور کے مشابہ ہو، بہت (۱۱۰)
بہتر ہوگا۔ اس صورت میں واقع شعاعوں کی سمت فاصل شعاع کے اخراج کی سمت کے ہمیشہ تقریباً متوازی رہیگی، اور بنا بریں آخر الذکر سمت کے

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

معلوم کرنے کے لیے ہمیں مبداء نور اور دوربین کو علیحدہ علیحدہ حرکت دینے کی بجائے صرف منشور کی میز کو گھمانا پڑیگا۔

سمت ق ر کے حاصل ہو جانے کے بعد ط معلوم کرنے کے لیے عماد ق ن کی سمت حاصل کرنی پڑتی ہے۔ اگر مشاہدات گاؤس کا چشمہ لگی ہوئی دوربین کی مدد سے لیے جارہے ہوں تو اِس سمت کی تعیین صلیبی تاروں کے انعکاسی خیال کے حصول سے ہو جاتی ہے اور اگر مشاہدات ایک خود توازی گر طیف پیما کی مدد سے لیے جارہے ہوں تو اِس سمت کی تعیین جھری کے انعکاسی خیال کے حصول سے ہو جاتی ہے۔ اگر آلہ اِس طریقہ کی اجازت نہ دے تو تجربہ شروع کرنے سے پہلے درجہ دار دائرہ پر توازی گر کا محل پڑھ لینا چاہیے۔ اِس کے لیے جھری کو منوّر کرکے اِس کے راست خیال کو دوربین کے صلیبی تاروں کے ساتھ منطبق کرو اور پھر دوربین کی اِس خواندگی میں سے ۱۸۰° تفریق کردو۔ اِس کے بعد توازی گر کو تجربہ کے سارے دوران میں اِسی حالت پر قایم رکھنا چاہیے۔ پھر جب ق ر کی تعیین ہو جائے تو توازی گر کی جھری کو مکرر منوّر کرکے اس سے آنے والی شعاعوں کو رُخ ا ج پر واقع کرانا چاہیے۔ اگر اس وضع میں جھری کے انعکاسی خیال کا محل دوربین کی مدد سے پڑھ لیا جائے تو اِس خواندگی اور توازی گر کے محل کی خواندگی کا اوسط عماد کی سمت کو تعبیر کریگا کیونکہ زاویہ وقوع زاویہ انعکاس کے مساوی ہوتا ہے۔



شکل ۱۰۶

ممکن ہے کہ منشور کو اپنی مخصوص جگہ رکھنے میں پہلے پہل کچھ دشواری ہو لیکن کسی ایک مایع کے لیے انعطاف نما کے معلوم ہو جانے کے بعد دوسرے مایعات کے لیے یہ ترتیب بہت جلد عمل میں لائی جاسکتی ہے۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اگر اِس طریقہ سے کسی ٹھوس کے انعطاف نما کی تعیین مقصود ہو تو اِس سے ایک صیقل شدہ رُوخ کو ا ب کے ساتھ (شکل ۱۰۱ء) کسی ایسے مایع کے ایک قطرے کی مدد سے جس کا انعطاف نما اِس ٹھوس کے انعطاف نما سے بڑا ہو، چسپاں کر دیا جاتا ہے۔ اِس مایع کا مصرف صرف یہ ہے کہ یہ دونوں تماسی سطحوں سے ٹھیک مستوی نہ ہونے کی وجہ سے پیدا ہونے والے درزوں کو پُر کر دے۔ اِس کے لیے عام طور پر موتو بروم نیفتھلین[ہ] استعمال کیا جاتا ہے جس کا انعطاف نما سوڈیم نور کے لیے ۱٫۶۶۰ ہے۔

ترسیمی طریقہ سے کسی منشور کے انعطاف نما کی تعیین

تعیین: کسی منشور کے انعطاف نما کی تعیین کا ایک طریقہ ایسا ہے جس سے طیف پیما کے استعمال کے بغیر ہی بہت صحیح نتایج حاصل کیے جا سکتے ہیں۔ چنانچہ اِس میں صرف ایک ہی مشاہدہ سے اعشاریہ کے دوسرے مقام تک اور کئی مشاہدات کے اوسط سے عشاریہ کے تیسرے مقام تک صحیح نتایج حاصل ہوتے ہیں۔

نقشہ کشی کے تختہ پر ایک کاغذ چڑھا کر اِس پر ایک خط مستقیم ط ق س کھینچو (شکل ۱۰۲ء) پھر اس تختہ پر ایک منشور رکھ کر ایک پنسل سے اِس کے رُخوں ا ب اور ا ج کے نشان کر لو۔ اِس کے بعد منشور کے رُخ ا ج میں سے دیکھتے ہوئے ایک خطِ مستقیم ت ق ایسا کھینچو کہ یہ ط ق ہی کی سیدھ میں نظر آئے۔ منشور کو ہٹا کر ت ق کو یہاں تک بڑھاؤ کہ یہ ط س کو ق پر قطع کرے۔ قَ س کو ق ت کے
(۱۱۱) مساوی قطع کرو: ت ر، ا ج کے علی القوایم اور س ر، ا ب کے علی القوایم کھینچو۔ ق ر کو ملاؤ۔ چنانچہ منشور کا انعطاف نما

$$م = \frac{\text{ق ر}}{\text{قَ س}}$$

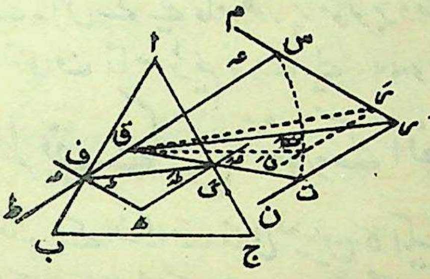
ہ Monobrom naphthalene

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

کیونکہ اگر ایسا نہ ہو تو فرض کرو کہ یہ انعطاف نما جملہ ذیل سے تعبیر ہوتا ہے :

$$\text{مہ} = \frac{\text{ق رَ}}{\text{ق س}}$$

شکل میں خط ق رَ کھینچو جو س ر سے رَ پر جا ملے۔ رَ میں سے



شکل ۱۰۷

رَ تَ ، ا ج کے علی القوایم کھینچو۔ ق کو مرکز مان کر نصف قطر ق س سے ایک قوس کھینچو جو رَ تَ کو تَ پر قطع کرے۔ ق اور تَ کو ملاؤ۔

فرض کرو کہ شعاع ط ق کا زاویہ وقوع منشور کے رُخ ا ب پر عہ ہے اور رُخ ا ج سے شعاع ق ت کا زاویہ خارج عَہ ہے۔ چنانچہ ∠ م س ق = عہ اور ∠ ن ت ق = عَہ فرض کرو کہ منشور کے دونوں رخوں پر انعطافی زاویے گ ف ھ اور ف گ ھ بالترتیب طہ اور طَہ ہیں۔ چنانچہ یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ ا = طہ + طَہ اور چونکہ س ر اور تَ رَ بالترتیب ا ب اور ا ج کے علی القوایم ہیں اِس لیے ∠ س رَ تَ = ا = طہ + طَہ

اب △ ق س رَ میں :

$$\frac{\text{ق رَ}}{\text{ق س}} = \frac{\text{جب ق س رَ}}{\text{جب س رَ ق}} = \frac{\text{جب عہ}}{\text{جب س رَ ق}}$$

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

لیکن ہمارے مفروضہ کی رو سے

$$\frac{\text{ق ر}}{\text{ق س}} = \text{مہ}$$

اِس لیے

$$\text{مہ} = \frac{\text{جب عہ}}{\text{جب س ر ق}}$$

اور ∠ س ر ق = طہ۔ بنابریں ∠ ق ر تَ = طہ

نیز △ ق ر تَ میں

$$\frac{\text{ق ر}}{\text{ق تَ}} = \frac{\text{جب ق تَ ر}}{\text{جب ق ر تَ}} = \frac{\text{جب ق تَ ر}}{\text{جب طہ}}$$

لیکن

$$\frac{\text{ق ر}}{\text{ق تَ}} = \text{مہ}$$

اِس لیے

$$\text{مہ} = \frac{\text{جب ق تَ ر}}{\text{جب طہ}}$$

اور جب ق تَ ر = جب عہ۔ بنابریں ∠ ق تَ نَ = عہ۔ لیکن ∠ ق ت ن = عہ، ر تَ متوازی ہے ر ت کے اور ق تَ (۱۱۲) متوازی نہیں ہے ق ت کے۔ پس ∠ ق تَ نَ، زاویہ عہ کے مساوی نہیں ہوسکتا اور بنابریں ہمارا مفروضہ غلط ہے۔ اس لیے یہ انعطاف نما جملۂ ذیل سے تعبیر ہونا چاہیے:

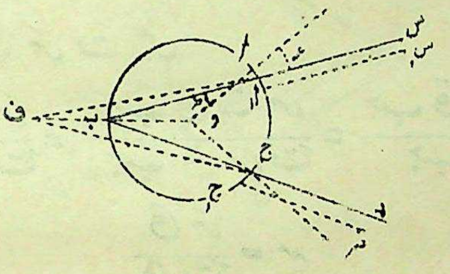
$$\frac{\text{ق ر}}{\text{ق س}} \quad \text{مہ}$$

واضح ہے کہ ثبوت بالا سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ ف ر متوازی ہوتا ہے ف گ کے، نیز منشور کا اقل انحراف کی وضع میں ہونا بھی ضروری نہیں۔

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

قوس قزح: فرض کرو کہ س ا ایک ایسی شعاع ہے جو ایک شفاف کرہ کی سطح پر اس کے مرکز میں سے گزرنے والے مستوی پر واقع ہوتی ہے۔



شکل ۱۰۸ء

چنانچہ اس کا نصف قطر و ا ، نقطہ ا پر کا عماد ہوگا۔ فرض کرو کہ نقطہ ا پر کا زاویہ وقوع اور زاویہ انعطاف بالترتیب عہ اور طہ ہیں یہ شعاع انعطاف کے بعد کرہ کی دوسری جانب ب پر منعکس ہوجاتی ہے، پھر ج پر پہنچ کر یہاں سے ہوا میں داخل ہوجاتی ہے۔ چونکہ و ا = و ب اس لیے ب پر کا زاویہ وقوع طہ ہوگا اور بنا بریں زاویہ انعکاس و ب ج بھی طہ ہوگا ، ∠ و ج ب = طہ اور شعاع خارج ج د ، ج پر کے عماد کے ساتھ زاویہ عہ بنائیگی۔ چنانچہ زاویہ انحراف ∠ س ف د

= ۲ ∠ س ف و = ۲ (∠ ا ب و - ∠ ف ا ب)

= ۲ (طہ - عہ + طہ) = ۴ طہ - ۲ عہ

اس کے اقل ہونے کے لیے اس کا تفرقی سر بلحاظ عہ صفر ہونا چاہیے یعنی

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

$$\text{۴}\,\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرعہ}} - \text{۲} = \text{۰}$$

لیکن جیب عہ = مہ جیب طہ، پس جم عہ = مہ جم طہ $\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرعہ}}$

$\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرعہ}}$ کو ساقط کر دینے پر ہمیں حاصل ہوگا

$$\text{جم عہ} = \tfrac{\text{۱}}{\text{۲}}\ \text{مہ جم طہ}$$

یا $\text{جم}^2\text{عہ} = \tfrac{\text{۱}}{\text{۴}}\ \text{مہ}^2\ \text{جم}^2\text{طہ} = \tfrac{\text{۱}}{\text{۴}}\ \text{مہ}^2\ (\text{۱} - \text{جیب}^2\ \text{طہ}) = \tfrac{\text{۱}}{\text{۴}}\ (\text{مہ}^2 - \text{جیب}^2\ \text{عہ})$

$$= \tfrac{\text{۱}}{\text{۴}}\ (\text{مہ}^2 - \text{۱} + \text{جم}^2\ \text{عہ})$$

اِس کو حسبِ ذیل شکل میں بھی لکھا جا سکتا ہے،

$$\text{جم}^2\ \text{عہ} - \tfrac{\text{۱}}{\text{۴}}\ \text{جم}^2\ \text{عہ} = \tfrac{\text{۱}}{\text{۴}}\ (\text{مہ}^2 - \text{۱})$$

یا

$$\text{جم عہ} = \sqrt{\frac{\text{مہ}^2 - \text{۱}}{\text{۳}}}$$

اگر ہم مہ کے لیے اِس کی وہ قیمت جو پانی کی صورت میں سُرخ روشنی کے لیے حاصل ہوتی ہے یعنی ۱٫۳۲۹ درج کریں تو ہمیں عہ = ۵۹٫۶°، طہ = ۴۰٫۵° اور انحراف تقریباً ۴۲٫۸° حاصل ہوگا۔ اگر مہ کے لیے اِس کی وہ قیمت درج کی جائے جو بنفشئی نور کے لیے حاصل ہوتی ہے یعنی ۱٫۳۴۳ تو ہمیں عہ ۵۸٫۸°، طہ = ۳۹٫۶° اور انحراف ۴۰٫۸° حاصل ہوگا۔ یہی نتیجہ علم احصار کی مدد کے بغیر بھی اخذ کیا جا سکتا ہے اِس کے لیے ہمیں عہ کی مختلف قیمتوں کے مماثل طہ کی قیمتیں محسوب کر کے ہر صورت میں زاویہ انحراف کو عہ کے تفاعل کے طور پر مرتسم کرنا پڑتا ہے۔

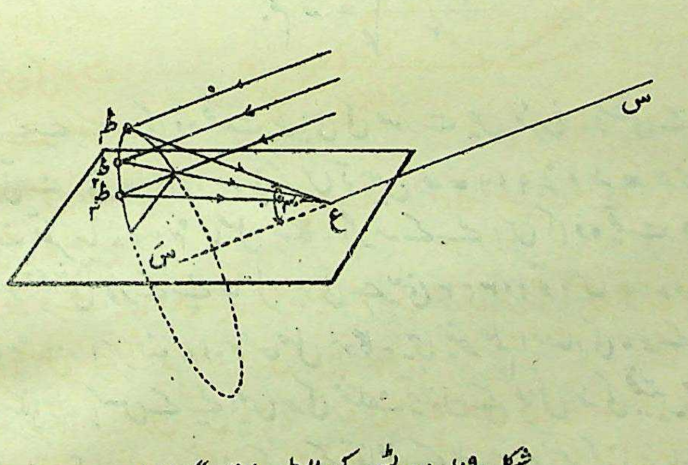
(۱۱۳) اب فرض کرو کہ ایک دوسری شعاع س َ اَ اِس کرہ پر پہلی شعاع کے متوازی واقع ہوتی ہے۔ چنانچہ اِس کا زاویہ وقوع عہ سے کسی قدر مختلف ہوگا۔ اس لیے اِس کا انحراف س ا کے انحراف سے علی العموم مختلف ہوگا اور کرہ سے باہر

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

آنے پر یہ شعاع ج د کے متوازی نہ ہوگی۔ بہر حال اگر انحراف کو ھ کے تفاعل کے طور پر مرتسم کیا جائے تو انحراف اقل کے قرب و جوار میں اِس انحراف کی قیمت ھ کے ساتھ ساتھ بہت ہی آہستہ آہستہ بدلیگی۔ پس اگر س ا انحراف اقل کے لیے مناسب زاویہ پر واقع ہو تو سَ اَ کا زاویہ وقوع س ا کے زاویہ وقوع سے کسی قدر مختلف ہونے کے باوجود اس کا انحراف تقریباً وہی ہوگا جو شعاع س ا کا ہے اور کرہ سے باہر آنے پر اِس کا راستہ جَ دَ عملاً متوازی ہوگا ج د کے۔ اب اِس کرہ پر ا اور اَ کے درمیان بہت سی شعاعیں س ا کے متوازی واقع ہوسکتی ہیں، چنانچہ انعکاس کے بعد بھی یہ متوازی رہینگی اور ج د اور جَ دَ کے درمیان واقع ہونگی۔ بنا بریں ہم اِس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ اگر نور کی متوازی شعاعیں کسی کرہ میں سے گزرتی ہوئی اقل طور پر منحرف ہوں تو یہ متوازی شعاعوں ہی کی شکل میں باہر آئینگی، باقی تمام صورتوں میں یہ شعاعیں مستدق یا متسع ہوجائینگی۔

اب شکل ۱۰۹ پر غور کرو۔ فرض کرو کہ سورج سے آنے والی شعاعیں س ع کی سمت میں واقع ہورہی ہیں، مشاہد ع پر واقع ہے اور ط۱، ط۲، ط۳ بارش کے



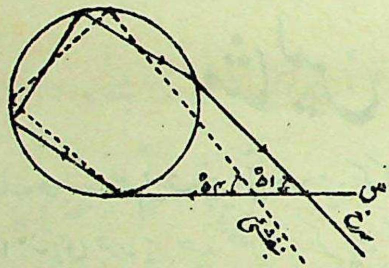
شکل ۱۰۹ (واٹسن کی "طبیعیات" سے)

کروی قطرے ہیں۔ اگر سورج سے آنے والی شعاعیں بارش کے قطروں کی وجہ سے منحرف ہوکر مشاہد کے پاس پہنچیں تو اِسے صرف وہ سمتیں روشن نظر آئینگی جن میں

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

اِن شعاعوں میں اقل انحراف پایا جاتا ہے یعنی جو س ع کے ساتھ تقریباً ۴۲° کا زاویہ بناتی ہیں۔ یہ زاویہ سرخ روشنی کے لیے ۴۲٫۲۰° اور بنفشئی روشنی کے لیے ۴۰٫۳۰° ہوگا اور طیف کے دیگر رنگ اِن دونوں رنگوں کے درمیان اپنی مخصوص ترتیب میں دکھائی دینگے۔ بس یہی قوس قزح ہے۔ ظاہر ہے کہ مشاہد کی پیٹھ سورج کی طرف ہونی چاہیے اور اِسے سُرخ رنگ باہر کی طرف نظر آئیگا۔ اِس طرح پیدا ہونے والی قوس قزح کو اصلی قوس قزح کہتے ہیں۔

اگر شعاعیں قطرہ کے اندر دو مرتبہ منعکس ہوں جیسا کہ شکل عـ۱۱ میں دکھلایا گیا ہے تو اقل انحراف کی صورت میں سُرخ شعاعیں واقع نور کے ساتھ تقریباً ۵۱° کا زاویہ بناتی ہیں اور بنفشئی شعاعیں تقریباً ۵۴° کا زاویہ۔ چنانچہ اِس طرح پیدا ہونے والی قوس قزح کا بیرونی حصہ بنفشئی ہوگا۔ ایسی قوس قزح کو ثانوی قوس قزح کہتے ہیں اور اِس کے دیکھنے کے لیے بھی مشاہد کی پیٹھ سورج ہی کی طرف ہونی چاہیے۔ بعض اوقات اصلی اور ثانوی قزحی قوسیں ایک ساتھ دیکھنے میں آتی ہیں، چنانچہ ثانوی قوس قزح اصلی قوس قزح کے باہر اور اِس سے مدھم اور چوڑی ہوتی ہے۔



شکل عـ۱۱ (واٹسن کی "طبیعیات" سے)

قزحی قوسیں تین یا چار اندرونی انعکاسوں کی وجہ سے بھی پیدا ہوتی (۱۱۴)
ہیں لیکن یہ بہت شاذ دیکھنے میں آتی ہیں۔ یہ اُسی طرف دکھائی دیتی ہیں جس طرف کہ سورج ہوتا ہے لیکن سورج کی بکھری ہوئی روشنی کے مقابلہ میں ماند ہوتی ہیں اور اُسی وقت نظر آتی ہیں جبکہ سُورج کی روشنی ابر وغیرہ کی وجہ سے زیادہ تیز ترک جاتی ہے۔

مذکورۂ بالا ہندسی نظریہ ڈیکارٹ[a] کا پیش کردہ ہے۔ یہ اِس مظہر کی پوری پوری توجیہ نہیں کرتا۔ مذکورۂ بالا قزحی قوسوں کے علاوہ بعض اوقات اصلی قوس قزح کے اندرونی کنارہ کے قریب اور اِس سے کم اوقات ثانوی قوس قزح کے بیرونی کنارہ کے قریب روشنی کے متبادلات دکھائی دیتے ہیں۔ یہ زاید یا کھوٹی قزحی قوسیں[b] کہلاتی ہیں۔ اِن کی توجیہ سب سے پہلے سر جارج ایئری[c] نے پیش کی ہے۔ اِس کی رو سے یہ قزحی قوسیں قطرہ سے اقل انحراف کی سمت کے قریب کی سمتوں میں نکلنے والی شعاعوں کے اختلاف ہیئت[d] کی وجہ سے نمودار ہوتی ہیں۔ پس یہ زاید قوسیں درحقیقت اصلی مستوی موج کے قطرہ میں سے گزرنے کے باعث پیدا ہونے والے انکساری[d] اثر کا نتیجہ ہیں۔

کسی آبشار کی پھوار کی وجہ سے بھی قزحی قوسیں اُسی طرح پیدا ہوتی ہیں جس طرح کہ بارش کی وجہ سے۔

مثالیں

(۱) ایک طالب علم طیف پیما کی دوربین کو کھڑکی کے پاس لے جاکر اِس کی تمسیک ایک لا متناہی طور پر بعید شخص پر کرلینے کی بجائے اِس کو کمرہ کے اندر ۱۰ میٹر کے فاصلے پر رکھے ہوئے ایک لیمپ کی طرف پلٹا کر دوربین کی تمسیک اِس لیمپ کے خیال پر کرلیتا ہے۔ اِس دوربین کے دہانہ کو دت پٹی کی مدد سے کتنے ملی میٹر نلی کے اندر سرکانا چاہیے کہ اِس کی تمسیک متوازی شعاعوں کے لیے ٹھیک ہو جائے؟

(۲) ثابت کرو کہ جب روشنی ایک پتلے منشور میں سے گزرتی ہے تو اِس کا

[a] Descartes

[b] Supernumery bows

[c] Sir George Airy

[d] اِن اصطلاحوں کی وضاحت نویں اور دسویں باب میں کی گئی ہے۔

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

انحراف زاویہ وقوع کے ساتھ ساتھ نہیں بدلتا بشرطیکہ وقوع تقریباً عمودی سمت میں ہو۔ ثابت کرو کہ اِن ہی حالات کے تحت منشور کے دوسرے رُخ سے منعکس شدہ حصّہ نور کے انحراف میں اور منشور کے پہلے رُخ سے منعکس شدہ حصّہ نور کے انحراف میں ہمیشہ ایک مستقل فرق پایا جاتا ہے۔

(۳) روشنی کی ایک شعاع ایک منشور میں سے اِس کے کنارے کے علی القوائم مستوی میں منعطف ہو رہی ہے۔ ثابت کرو کہ اگر اِس کا زاویہ وقوع مستقل رہے تو اِس کا انحراف منشور کے زاویہ کے ساتھ ساتھ بڑھتا جاتا ہے۔ نیز ثابت کرو کہ:

$$\text{جب}^{-1}\left(\frac{\text{جب ع}}{\text{م}}\right) + \text{جب}^{-1}\left(\frac{1}{\text{م}}\right)$$

منشور کا ایک ایسا انتہائی زاویہ ہے کہ اِس صورت میں جب شعاع دوسرے رُخ پر پہنچتی ہے تو وہ باہر نکلنے نہیں پاتی، جہاں ع پہلے رُخ پر اِس شعاع کا زاویہ وقوع ہے۔

(۴) ثابت کرو کہ زاویہ ا والے ایک منشور کے لیے:

$$\frac{\text{جب}\ \tfrac{1}{2}\,(\text{ا} + \text{ح})}{\text{جب}\ \tfrac{1}{2}\,\text{ا}} = \text{م}\ \frac{\text{جم}\ \tfrac{1}{2}\,(\text{ط} - \text{طَ})}{\text{جم}\ \tfrac{1}{2}\,(\text{ع} - \text{عَ})}$$

جہاں ح زاویہ انحراف ہے، ع اور عَ بالترتیب زاویہ وقوع اور زاویہ خارج ہیں، اور ط اور طَ اِن کے متناظر انعطافی زاویے ہیں۔

(۵) ایک منشور جس کا انعطاف انگیز زاویہ ۶۰° کا ہے ایک ایسے شیشہ کا بنا ہوا ہے جس کے انعطاف نما سوڈیم اور لیتھیم کی روشنی کے لیے بالترتیب ۱٫۵۱۷۰ اور ۱٫۵۱۴۰ ہیں۔ ایک متعلم سوڈیم کی روشنی کے لیے زاویہ اقل انحراف کی پیمایش کرتا ہے اور پھر اِس منشور کو لیتھیم کی روشنی کے لیے اقل انحراف کی وضع میں ترتیب دینے کی بجائے لیتھیم کے خط کے انحراف کی پیمایش کرتا ہے جبکہ سوڈیم کا خط اقل انحراف کی وضع میں ہوتا ہے۔ لیتھیم نور کے انعطاف نما کے لیے اِسے جو قیمت حاصل ہوتی ہے اُس میں کتنی غلطی واقع ہوگی؟

(۶) فلنٹ شیشہ کے ۶۰° والے ایک منشور کا انعطاف نما سوڈیم نور کے لیے ۱٫۶۴۹۹ ہے۔ اِس کی تبدیلی فی ۱° ہر اضافہ تپش + ۰٫۰۰۰۰۳ ہے۔ ایک

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(۱۱۵) طیف پیما کا درجہ دار دائرہ قوس کے ۰۱ً تک پڑھ سکتا ہے اور جس معمل میں یہ رکھا ہے اُس کی تپش سال بھر میں ۵۰° ف سے ۷۰° ف تک بدلتی ہے - کیا اِسس طیف پیما کی مدد سے معلوم کیے ہوئے انعطاف نماؤں کی قیمتوں میں کوئی قابل لحاظ تغیر مشاہدہ میں آئیگا ؟

(۷) صفحہ (۲۰۷) پر بتائے ہوئے ترسیمی طریقہ سے شیشہ کے منشور کا انعطاف نما معلوم کرو - انفرادی نتایج اعشاریہ کے دوسرے مقام تک صحیح ہونے چاہییں -

(۸) ثانوی قوس قزح کے نظریہ کی تحقیق اُسی طریقہ سے کرو جس طریقہ سے کہ صفحہ (۲۱۰) پر اصلی قوس قزح کے نظریہ کی تحقیق کی گئی ہے -

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اشاریہ

ہندسی مناظر

اُردو		انگریزی
الف		
آتشی منحنی	۹۳	Caustic curve
آلہ سدس	۱۶۹	Sextant
ابہامی انعکاس	۹۷	Astigmatic reflection
ابہامی فرق	۱۰۱	Astigmatic difference
اختلاف منظر	۹	Parallax
یرکس کی دوربین	۱۵۸	Yerkes telescope
استمرار رویت	۱۷۹	Persistence of vision
اُسطوانی عدسے	۱۳۴	Cylindrical lenses
اغلب خطا	۱۴۷	Probable error
اقل وقت کا اصول	۲۶	Principle of Least Time
انتشاری طاقت شیشہ کی	۱۱۵	Dispersive power of glass
انتہائی راہ کا کلیہ	۲۶	Law of extreme path
اِنحرافِ اقل	۱۸۵	Minimum deviation

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

انگریزی	اُردو
Curvature of the image	اِنحنا، خیال کا ۱۰۱
Refraction at a spherical surface	انعطاف کروی سطح پر ۴۲ تا ۴۶
Determination of refractive index by graphical method	انعطاف نما کی تعیین، ترسیمی طریقے سے ۲۰۷
Determination of refractive index by total reflection methods	انعطاف نما کی تعیین کلّی انعکاس کے طریقوں سے ۲۰۱، ۲۰۷
Total reflection	انعکاس کلّی ۲۱
Determination of refractive index by total reflection methods	انعکاس کلّی کے طریقوں سے انعطاف نما کی تعیین ۲۰۱، ۲۰۷
Reflection telescope	انعکاسی دُوربین ۱۶۴
Mean error	اوسط خطا ۱۴۷
Abbe	ایبّے ۳۵، ۱۵۳، ۱۶۹، ۱۷۰
Abbe's refractometer	" کا انعطاف پیما ۱۹۹
Abbe's spectrometer	" کا طیف پیما ۱۹۹
Airy, Sir George	ایری، سر جارج ۲۱۴
	ب
Ultramicroscope	بالاخوردبین ۱۷۳
Telephotography	بعید مناظر کی عکاسی ۱۷۶
	پ
Poro	پورو ۱۶۳
	ت
Resolving power of the eye	تحلیلی طاقت، آنکھ کی ۱۵۸
Resolving power of a telescope	تحلیلی طاقت، دوربین کی ۱۵۷
Optical bench	تختِ مناظر ۱۲۶

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

انگریزی	اُردو
Graphical method for the determination of refractive index	ترسیمی طریقہ انعطاف نما کی تعیین کے لیے ۲۰۷
Optical projection	تظلیل مناظری ۱۷۷
Epidiascope	تظلیل نما ۱۷۸
Magnification of a telescope	تکبیر دُوربین کی ۱۵۷
Magnifying glass	تکبیری شیشہ ۱۳۹
Magnification methods of determining focal lengths	تکبیری طریقے ماسکی طولوں کی تعیین کے ۱۳۵
Collimator	توازی گر
	ث
Pinhole camera	ثقبالہ ۳
Aperture	ثقبہ
Aperture numerical, of microscope	" عددی خرد بین کا ۱۶۹
Aperture of a photographic lens	" عکسالہ کے عدسہ کا ۱۷۴
	ج
Scintillation of stars	جھلملاہٹ ستاروں کی ۱۹
Sine condition	جیبی شرط ۱۱۰
	چ
Eyepiece	چشمے ۱۵۴
	ح
Eye-ring	حلقۂ چشم ۱۵۳
	خ
Microscope	خرد بین ۱۶۶
Resolving power of a microscope	" کی تحلیلی طاقت ۱۷۰

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

انگریزی	اردو
Determination of focal length by a microscopic method	خُردبینی طریقے سے ماسکی طول کی تعیین ۱۹
Microphotography	خُردبینی عکّاسی ۱۷۳
Auto-collimating spectrometer	خودتوازی گر طیف پیما ۱۹۹
	د
Circle of least confusion	دائرہ اقل التباس ۹۵
Astronomical telescope	دُوربین فلکی ۱۵۱
Cassegrainian telescope	" کسیگرین کی ۱۶۴
Gregorian telescope	" گریگوری کی ۱۶۲
Galileo's telescope	" گلیلیو کی ۱۶۰
Telescopic systems	دُوربینی نظام ۸۸
Object glass of a telescope	دہانہ دُوربین کا ۱۱۹ اور ۱۵۲
	ڈ
Dawes	ڈاوس ۱۵۸
Drude's Optics quoted	ڈروڈ کے مناظر کا حوالہ ۱۰۸
Descartes	ڈیکارٹ ۲۱۴
	ر
Ramsden's eyepiece	رامسڈن کا چشمہ ۱۵۴
	ز
Zeiss	زیس ۱۶۲
	س
Mirage	سراب ۱۸
Cinemotograph	سنیموٹوگراف ۱۷۹

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اُردو	انگریزی
ص	
صدر مستوی ۶۷	Principal planes
صدر نقاط عدسہ کے ۶۳	Cardinal points of a lens
" " کروی عدسہ کے ۸۱	Cardinal points of a spherical lens
ض	
ضلالت	Aberration
" کروی ۹۵، ۱۰۴ تا ۱۱۰	Spherical aberration
" لونی ۱۱۲ تا ۱۲۵	Chromatic aberration
ضلالتیں، عدسہ کی	Aberrations of a lens
" " تحقیق ۱۳۹ تا ۱۴۳	Investigation of the aberrations of a lens
ط	
طیف پیما ۱۸۷ تا ۲۰۰	Goniometer, Spectrometer
ظ	
ظل محض ۳	Umbra
" مشوب ۳	Penumbra
ع	
عدسوں کا ابتدائی نظریہ ۴۴ تا ۵۱	Preliminary theory of lenses
" کے ماسکی طولوں کی تعیین ۱۲۶ تا ۱۲۹، اور ۱۳۳ تا ۱۳۹	Determination of focal lengths of lenses
عدسہ کا مناظری مرکز ۴۹	Optical centre of a lens
عقدی سرک والا آلہ ۱۳۷	Nodal slide
" نقطے ۶۷	Nodal points
عکسالہ ۱۷۴	Photographic camera
" منورہ ۱۷۲	Camera lucida

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

انگریزی	اُردو
	غ
Pepper's ghost	غول پیپّر ۴۱
Aplanatic surfaces	غیر منفعل سطحیں ۴۲
Aplanatic lens	" عدسہ ۲۵
Aplanatic points of a sphere	" نقاط، کرہ کے ۲۶
	ف
Fermat	فرما ۲۶
Astronomical refraction	فلکی انعطاف ۱۶
Astronomical telescope	" دُوربین ۱۵۱
	ک
Cartesian oval	کارٹیزی ناقص ۲۳
Spherical mirrors	کروی آئینے ۳۲
Refraction at a spherical surface	" سطح پر انعطاف ۴۲ تا ۴۶
Spherical aberration of a thin lens	" ضلالت، پتلے عدسہ کی ۱۰۵
Spherical aberration of concave mirror	" " مقعر آئینہ کی ۹۵
Spherical lenses	" عدسے ۸۱
Cassegrainian telescope	کسیگرینی دُوربین ۱۶۴
Kineplastikon	کینے پلاسٹیکان ۴۲
	گ
Gauss	گاوس ۶۰ ، ۶۳
Gauss eyepiece	" کا چشمہ ۱۹۵ اور ۲۰۶
Rotation of a plane mirror	گردش، مستوی آئینہ کی ۱۰
Grayson's rulings	گریسن کی جالیاں ۱۶۲
Gregorian telescope	گریگوری کی دُوربین ۱۶۴

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

انگریزی	اُردو
Galileo's telescope	گلیلیو کی دُوربین ۱۶۰
	ل
Listing	لِسٹنگ ۶۳
Chromatic aberration	لونی ضلالت ۱۱۲ تا ۱۲۳
Lagrange	لیگرینج ۶۳
	م
Focal lines	ماسکی خطوط ۱۰۰
Determination of focal length	" طول کی تعیین ۱۲۸ اور ۱۳۸، ۱۳۹
Focal planes	" مستوی ۶۵
Crossed lens	متقاطع عدسہ ۱۰۸
Multiple reflections	متواتر انعکاس ۱۱
Multiple images	" خیال ۹ تا ۱۵
Distortion of image	مسخ، خیال کا ۱۰۱
Equivalent planes	معادل مستوی ۶۱
Optical lantern	مناظری قندیل ۱۷۷
Optical centre of a lens	" مرکز، عدسہ کا ۴۹
Prism glasses, Opera glasses	منشوری دُوربین ۱۶۲
Thick lens	موٹا عدسہ ۷۵
Field lens	میدانی عدسہ ۱۵۴
	ن
Exit pupil	نکاس پتلی ۱۵۴

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

اُردو	انگریزی
نیوٹن ۱۶۴	Newton
ہ	
ہاکن ۱۱۲	Hockin
ہلم ہولٹز ۱۵۸	Helmholtz
" کا کلیۂ تکبیر ۶۲	Helmholtz's magnification law
ہوئیگنس کا چشمہ ۱۵۴	Huygen's eyepiece

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

فہرستِ اصطلاحات

ہندسی مناظر

انگریزی	اُردو
A	
Aperture	ثقبہ
Aplanatic	غیر مضل
Aplanatic surface	غیر مضل سطحیں
Astigmatic	ابہامی
Astronomical aberration	فلکی ضلالت
Astronomical telescope	فلکی دُوربین
Auto-collimating	خود توازی گر
C	
Camera lucida	عکسالۂ منورہ
Cardinal points	اساسی نقاط
Cartesian oval	کارٹیزی ناقص
Caustic	آتشی منحنی
Chromatic aberration	لونی ضلالت

انگریزی	اُردو
Circle of least confusion	دائرۂ التباس اقل
Collimator	توازی گر
Crossed lens	متقاطع عدسہ
Curvature	انحنا
Cylindrical	اسطوانی
D	
Deviation	انحراف
Dispersive power	انتشاری طاقت
Distortion of image	خیال کا مسخ
E	
Epidiascope	تظلیلی قندیل
Equivalent planes	معادل مستوی
Eyepiece	چشمہ
Eye-ring	حلقۂ چشم
Exit-pupil	نکاس پتلی

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

انگریزی	اردو
F	
Field lens	میدانی عدسہ
Focal length	ماسکی طول
Focal lines	ماسکی خطوط
Focal planes	ماسکی مستوی
Focus	ماسکہ
G	
Goniometer	طیف پیما
I	
Index of refraction	انعطاف نما
L	
Law of extreme path	انتہائی راہ کا کلیہ
Lens	عدسہ
M	
Magnification	تکبیر
Magnifying glass	تکبیری شیشہ
Medium	واسطہ
Microscope	خردبین
Minimum deviation	انحرافِ اقل
Mirage	سراب
Multiple images	متواتر خیال
Multiple reflections	متواتر انعکاس

انگریزی	اردو
N	
Nodal points	عقدی نقطے
Nodal slide	عقدی سرکنے والا آلہ
O	
Object	شخص
Object glass	دہانہ
Ocular	چشمہ
Opera glasses	منظوری دوربین
Optical bench	تختِ مناظر
Optical centre	مناظری مرکز
Optical lantern	مناظری قندیل
Optical projection	مناظری تظلیل
P	
Parallax	اختلافِ منظر
Penumbra	ظلِ مشوب
Peppers's ghost	غولِ پیپر
Persistence of vision	استمرارِ رویت
Photographic camera	عکسالہ
Pinhole camera	ثقبالہ
Principal planes	صدر مستوی
Prism glass	منشوری دوربین
Probable error	اغلب غلط

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

انگریزی	اُردو
R	
Reflection	انعکاس
Refraction	انعطاف
Refractometer	انعطاف پیما
Resolving power	تحلیلی طاقت
S	
Scintillation	ستاروں کی جھلملاہٹ
Sextant	سدس کا آلہ
Sine condition	جیبی شرط
Spectrometer	طیف پیما
Spectrum	طیف
Spherical aberration	کُروی ضلالت
T	
Telescopic system	دُوربینی نظام
Thick lens	موٹا عدسہ
Total reflection	انعکاسِ کُلّی
U	
Umbra	ظلِّ محض
Ultramicroscope	بالاخُردبین

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

صحت نامہ

ہندسی مناظر

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۴	۳	ظاہر ہوتا ہے	ظاہر کرتا ہے	۱۱۳	۱۲-۱۳ ۱۷	بنفشہی	بنفشئی
۶	۲	(صفحہ ۱۸۳)	(صفحہ ۱۸۴)	۱۲۵	۷	evolnte	evolute
۹	۱۸	چاندھی	چاندی	۱۲۷	۱۵	تماش	تماس
۱۰	۱۳	ہیں:	ہیں۔ بنابریں:	۱۵۱	شکل ۱۷	ک	گ
۱۲	۴	ہوئی تو	ہوئی ہو تو	۱۶۲	فٹ نوٹ	Mears Zeiss	Messrs Zeiss
۲۲	فٹ نوٹ	surrace	surface	۱۶۴	"	Hcrschel	Herschel
۴۱	"	Peppes's	Pepper's	۱۷۷	۱۳	ع	ع
۴۳	شکل ۳۲	عمہ	مہ	۱۹۲	حاشیہ	Schusler	Schuster
۴۷	۱۵	ہو جائیگا	ہو جائیگی:	۱۹۴	"	کی تعیّن	کی تعیین
۷۵	شکل ۳۸	عمو	ع،	۲۰۷	۶	موتو بروم	مونو بروم

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

पुस्तकालय
गुरुकुल कांगड़ी

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar